

ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΙΣΙΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 1971
Θέματα Μαθηματικών
(Άλγεβρα – Γεωμετρία - Τριγωνομετρία)
(ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ)
Πέμπτη 16 Σεπτεμβρίου 1971

Άλγεβρα

Ζήτημα 1^ο

Διατυπώσατε τον ορισμόν τού χαρακτηριστικού τού δεκαδικού λογαρίθμου ενός θετικού αριθμού.

Διατυπώσατε και αποδείξατε την πρότασιν τήν αφορώσαν εις τήν μεταβολήν τήν οποίαν υφίσταται ο δεκαδικός λογάριθμος ενός αριθμού, όταν ο αριθμός αυτός πολλαπλασιάζεται επί $10^μ$, $μ \in \mathbb{Z}$.

Ζήτημα 2^ο

Να ευρεθούν αι τιμαί τών α και β διά τάς οποίας τό σύστημα

$$\begin{cases} (\alpha + \beta) \cdot x - 2(\alpha - \beta) \cdot y = 10\alpha + 8 \\ 2(\alpha + \beta) \cdot x + (\alpha - \beta) \cdot y = 8\beta + 2 \end{cases}$$

έχει τήν λύσιν $x = 3$, $y = -4$.

Γεωμετρία

Ζήτημα 1^ο

Εάν δύο τρίγωνα $AB\Gamma$, ΔEZ έχουν τας πλευράς αυτών αναλόγους, νά αποδειχθή ότι τά τρίγωνα αυτά είναι όμοια.

Ζήτημα 2^ο

Δίνονται επί τού επιπέδου δύο ομόκεντροι κύκλοι (O, R) , $(O, 2R)$. Εκ τού σημείου A τής περιφερείας $(O, 2R)$ φέρομεν τας εφαπτομένας AM και AN πρὸς τόν κύκλον (O, R) , ένθα M και N τά σημεία επαφής. Νά υπολογισθή συναρτήσῃ τής ακτίνας R τό εμβαδόν τού μικτογράμμου επιπέδου χωρίου, τό οποίον ορίζεται υπό τών ευθυγράμμων τμημάτων AM , AN και υπό του μικροτέρου τόξου MN τού κύκλου (O, R) .

Τριγωνομετρία

Ζήτημα 1^ο

Διατυπώσατε και αποδείξατε τας σχέσεις, αι οποίαι υπάρχουν μεταξύ τών τριγωνομετρικών αριθμών δύο συμπληρωματικών τόξων τού τριγωνομετρικού κύκλου.

Ζήτημα 2^ο

Νά αποδειχθή ότι διά πάν μή ισοσκελές ορθογώνιον τρίγωνον $AB\Gamma$

($A = 90^\circ$) είναι :

$$\frac{1}{\sin^2 B - \eta\mu^2 B} + \frac{2\varepsilon\varphi B}{1 - \varepsilon\varphi^2 B} = \frac{\gamma + \beta}{\gamma - \beta}.$$