ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΙΣΙΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 1970

Θέματα Άλγεβρας

(ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ)

Πέμπτη 3 Σεπτεμβρίου 1970

Ζήτημα $1^{ον}$ (Θεωρία)

Νά δειχθή ότι εάν α, β είναι πρώτοι προς αλλήλους ακέραιοι καί γ επίσης ακέραιος, η εξίσωσις $αx + βy = γ$ έχει ακεραίαν λύσιν ως πρός x καί y.

Ζήτημα $2^{ον}$ (Άσκησις)

Εάν $α + β + γ = 2τ$ καί $(τ - α)\cdot(τ - β)\cdot(τ - γ) \neq 0$, ν' αποδειχθή ότι :

α) $\dfrac{α}{τ - α} + \dfrac{β}{τ - β} + \dfrac{γ}{τ - γ} = -2 + \dfrac{αβγ}{(τ - α)(τ - β)(τ - γ)}$.

β) Εάν προσέτι ισχύη $α\cdot(τ - α)^2 + β\cdot(τ - β)^2 + γ\cdot(τ - γ)^2 = 0$,

ν' αποδειχθή ότι $\dfrac{α^3}{(τ - α)^3} + \dfrac{β^3}{(τ - β)^3} + \dfrac{γ^3}{(τ - γ)^3} = 6$.

Ζήτημα $3^{ον}$ (Πρόβλημα)

Νά ευρεθή ο γενικός όρος τής ακολουθίας $λ_ν$ τών ακεραίων πραγματικών αριθμών, τών πληρούντων τήν σχέσιν

$1 + ρ + \dfrac{ρ}{λ_ν\cdot(1 + ρ)} = 0$, όπου ρ καταλλήλως μεταβαλλόμενος

ρητός αριθμός. Εν συνεχεία νά υπολογισθή τό $\sum \dfrac{1}{λ_ν}$.