

ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΙΣΙΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 1970

Θέματα Γεωμετρίας

(ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ)

Τρίτη 8 Σεπτεμβρίου 1970

Ζήτημα 1^{ον} (Θεωρία)

Ευθεία (ϵ) είναι κάθετος επί επιπέδου (π) και $\Gamma\Delta$ είναι τυχούσα ευθεία αυτού. Εκ τού ποδός A τής (ϵ) άγεται ευθεία AE κάθετος επί τήν ευθείαν $\Gamma\Delta$ και τέμνουσα αυτήν εις τό E . Αν B είναι τυχόν σημείον τής (ϵ), νά δειχθή ότι η BE είναι κάθετος επί την $\Gamma\Delta$.

Ζήτημα 2^{ον} (Άσκησης)

α) Βοηθητικώς να δειχθή ότι εις τετράεδρον $AB\Gamma\Delta$ εις τό οποίον K, Λ είναι τά μέσα των $AB, \Gamma\Delta$ αντιστοίχως ισχύει

$$4 \cdot K\Lambda^2 = A\Gamma^2 + A\Delta^2 + B\Gamma^2 + B\Delta^2 - AB^2 - \Gamma\Delta^2.$$

β) Εν συνεχεία νά δειχθή ότι εάν αι σφαίραι διαμέτρων $AB, \Gamma\Delta$ και αι σφαίραι μέ διαμέτρους $A\Gamma, B\Delta$ τέμνονται καθέτως, τό αυτό συμβαίνει και διά τας σφαίρας μέ διαμέτρους $A\Delta$ και $B\Gamma$.

Ζήτημα 3^{ον} (Πρόβλημα)

Επ' ευθείας δίδονται τά σημεία A, B, Γ και Δ .

Μέ διαμέτρους $AB, \Gamma\Delta$ και $A\Delta$ γράφομεν ημικύκλια (K), (Λ), (M) αντιστοίχως πρός τό αυτό μέρος τής (ϵ) και μέ διάμετρον τήν $B\Gamma$ γράφομεν ημικύκλιον (N) πρός τό έτερον μέρος τής (ϵ).

Εάν E, Z είναι τά σημεία τομής τών (N) και (Λ) μετά τού ριζικού άξονος τών κύκλων μέ διαμέτρους AB και $\Gamma\Delta$ και H, Θ είναι τά σημεία τομής τών (K) και (M) μετά τής κοινής εξωτερικής εφαπτομένης τούτων αντιστοίχως, δείξατε :

α) τό τετράπλευρον $EHZ\Theta$ είναι ορθογώνιον

β) τό εμβαδόν τού χωρίου τού περιεχομένου μεταξύ τών ημικυκλίων ισούται μέ τό εμβαδόν τού κύκλου διαμέτρου EZ .