ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΙΣΙΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 1970
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
(Άλγεβρα – Γεωμετρία - Τριγωνομετρία)
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ
Παρασκευή 11 Σεπτεμβρίου 1970

Άλγεβρα

Ζήτημα 1ον

Θεωρία

Ζήτημα 2ον

Για $\alpha > 0$ και $\beta > 0$, έχουμε :

$\alpha_1 = \lambda o\gamma\alpha$ και $\omega = \lambda o\gamma\beta - \lambda o\gamma\alpha$

$$\Sigma_\nu = \frac{2\alpha_1 + (\nu - 1)\omega}{2}\cdot\nu = \frac{2\lambda o\gamma\alpha + (\nu - 1)\cdot(\lambda o\gamma\beta - \lambda o\gamma\alpha)}{2}\cdot\nu$$

$$= \frac{2\lambda o\gamma\alpha + (\nu - 1)\cdot\lambda o\gamma\beta - (\nu - 1)\cdot\lambda o\gamma\alpha}{2}\cdot\nu = \frac{(\nu - 1)\cdot\lambda o\gamma\beta - (\nu - 3)\cdot\lambda o\gamma\alpha}{2}\cdot\nu$$

$$= \frac{\nu\cdot(\nu - 1)\cdot\lambda o\gamma\beta - \nu\cdot(\nu - 3)\cdot\lambda o\gamma\alpha}{2} = \frac{1}{2}\cdot\left[\nu\cdot(\nu - 1)\cdot\lambda o\gamma\beta - \nu\cdot(\nu - 3)\cdot\lambda o\gamma\alpha\right]$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\left[\lambda o\gamma\beta^{\nu\cdot(\nu - 1)} - \lambda o\gamma\alpha^{\nu\cdot(\nu - 3)}\right] = \frac{1}{2}\cdot\lambda o\gamma\frac{\beta^{\nu\cdot(\nu - 1)}}{\alpha^{\nu\cdot(\nu - 3)}}.$$

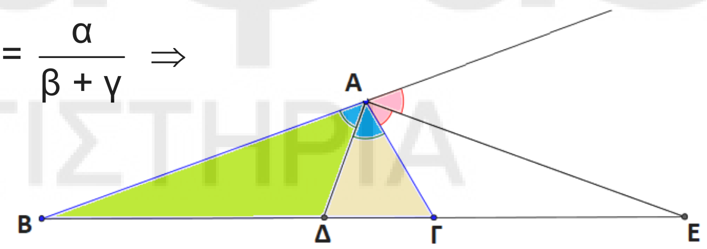
Γεωμετρία

Ζήτημα 1ον

Θεωρία

Ζήτημα 2ον

Είναι ΑΒ > ΑΓ.



Θεώρημα εσωτερικής διχοτόμου

$$\frac{B\Delta}{\gamma} = \frac{\Gamma\Delta}{\beta} \Rightarrow \frac{B\Delta}{\gamma} = \frac{\Gamma\Delta}{\beta} = \frac{B\Delta + \Gamma\Delta}{\gamma + \beta} = \frac{\alpha}{\beta + \gamma} \Rightarrow$$

$$\frac{\gamma}{B\Delta} = \frac{\beta + \gamma}{\alpha} \Leftrightarrow \frac{1}{B\Delta} = \frac{\beta + \gamma}{\alpha\gamma} \quad (1)$$

Θεώρημα εξωτερικής διχοτόμου

$$\frac{BE}{\gamma} = \frac{\Gamma E}{\beta} \Rightarrow \frac{BE}{\gamma} = \frac{\Gamma E}{\beta} = \frac{BE - \Gamma E}{\gamma + \beta} = \frac{\alpha}{\gamma - \beta} \Rightarrow$$

$$\frac{\gamma}{BE} = \frac{\gamma - \beta}{\alpha} \Leftrightarrow \frac{1}{BE} = \frac{\gamma - \beta}{\alpha\gamma} \quad (2)$$

$$\frac{1}{B\Delta} + \frac{1}{BE} \overset{(1)}{\underset{(2)}{=}} \frac{\beta + \gamma}{\alpha\gamma} + \frac{\gamma - \beta}{\alpha\gamma} = \frac{2\gamma}{\alpha\gamma} = \frac{2}{\alpha} = \frac{2}{B\Gamma}$$

Τριγωνομετρία

Ζήτημα 1ον

Θεωρία

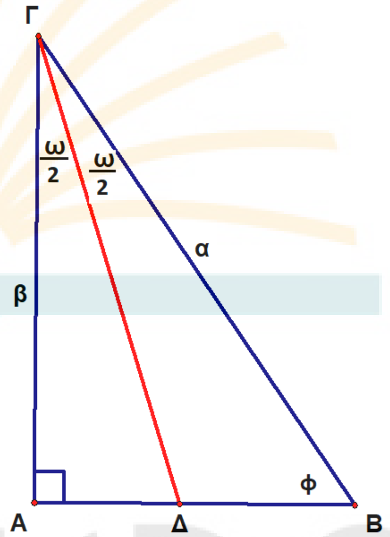
Ζήτημα 2ον

1η λύση

$$\omega + \varphi = 90^0 \Leftrightarrow \frac{\omega}{2} + \frac{\varphi}{2} = 45^0 \Rightarrow \varepsilon\varphi\left(\frac{\omega}{2} + \frac{\varphi}{2}\right) = \varepsilon\varphi 45^0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{\varepsilon\varphi\frac{\omega}{2} + \varepsilon\varphi\frac{\varphi}{2}}{1 - \varepsilon\varphi\frac{\omega}{2}\cdot\varepsilon\varphi\frac{\varphi}{2}} = 1 \Leftrightarrow \varepsilon\varphi\frac{\omega}{2} + \varepsilon\varphi\frac{\varphi}{2} = 1 - \varepsilon\varphi\frac{\omega}{2}\cdot\varepsilon\varphi\frac{\varphi}{2} \Leftrightarrow$$

$$\boldsymbol{\varepsilon\varphi\frac{\omega}{2} + \varepsilon\varphi\frac{\varphi}{2} + \varepsilon\varphi\frac{\omega}{2}\cdot\varepsilon\varphi\frac{\varphi}{2} = 1}$$



2η λύση

Έστω ΓΔ η διχοτόμος της $\hat{\Gamma} = \omega$

στο ορθογώνιο $\overset{\Delta}{\mathrm{AB\Gamma}}$.

$$\varepsilon\varphi\frac{\omega}{2} = \frac{\mathrm{A\Delta}}{\mathrm{A\Gamma}} = \frac{\frac{\beta\cdot\gamma}{\alpha+\beta}}{\beta} = \frac{\gamma}{\alpha+\beta} \quad (1)$$

Όμοια $\varepsilon\varphi\frac{\varphi}{2} = \frac{\beta}{\alpha+\gamma} \quad (2)$

$$\varepsilon\varphi\frac{\omega}{2} + \varepsilon\varphi\frac{\varphi}{2} + \varepsilon\varphi\frac{\omega}{2}\cdot\varepsilon\varphi\frac{\varphi}{2} \overset{(1)}{\underset{(2)}{=}} \frac{\gamma}{\alpha+\beta} + \frac{\beta}{\alpha+\gamma} + \frac{\gamma}{\alpha+\beta}\cdot\frac{\beta}{\alpha+\gamma}$$

$$= \frac{\gamma\cdot(\alpha+\gamma) + \beta\cdot(\alpha+\beta) + \beta\cdot\gamma}{(\alpha+\beta)\cdot(\alpha+\gamma)}$$

$$= \frac{\alpha\cdot\gamma + \gamma^2 + \alpha\cdot\beta + \beta^2 + \beta\cdot\gamma}{(\alpha+\beta)\cdot(\alpha+\gamma)}$$

$$= \frac{\alpha^2 + \alpha\cdot\gamma + \alpha\cdot\beta + \beta\cdot\gamma}{\alpha^2 + \alpha\cdot\gamma + \alpha\cdot\beta + \beta\cdot\gamma}$$

$$= 1$$