

ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΙΣΙΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 1970

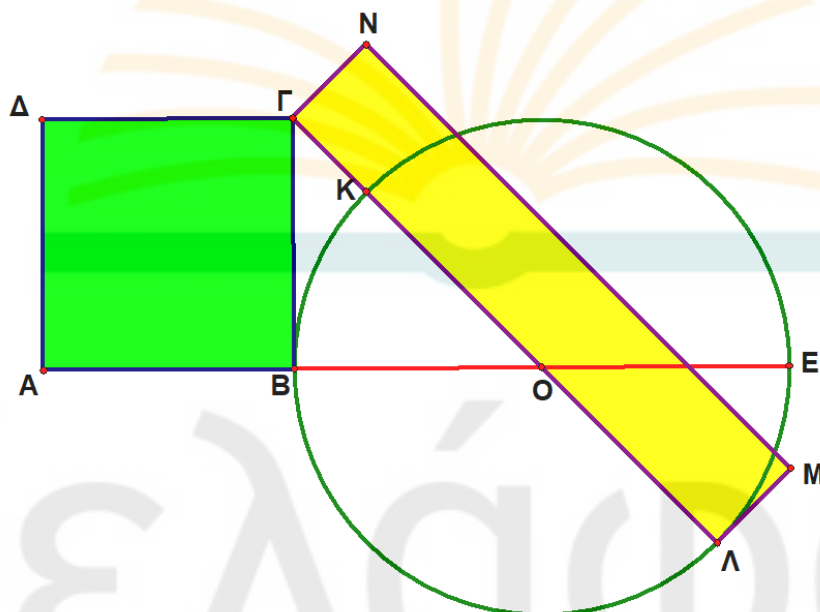
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΕ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ - ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

ΤΕΧΝΙΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ

Πέμπτη 3 Σεπτεμβρίου 1970

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Ζήτημα 1^ο



Κατασκευάζουμε τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ πλευράς α .

Στην προέκταση της AB παίρνουμε $BE = \beta$.

Γράφουμε κύκλο με διάμετρο BE .

Αν O το μέσο του BE φέρουμε την ευθεία GO η οποία τέμνει τον κύκλο στα K και Λ .

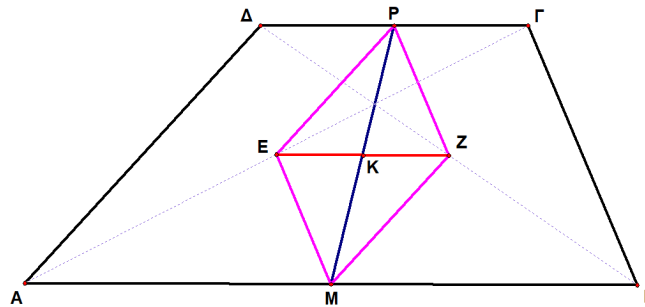
Από το Γ φέρουμε τμήμα $GN \perp GK$ και $GN = GK$.

Σχηματίζουμε το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $\Gamma\Lambda MN$ που είναι το ζητούμενο, διότι :

$$(\Gamma\Lambda MN) = \Gamma N \cdot \Gamma\Lambda = GK \cdot \Gamma\Lambda = \Gamma B^2 = \alpha^2 = (AB\Gamma\Delta)$$

$$\text{και } \Gamma\Lambda - \Gamma N = \Gamma\Lambda - GK = K\Lambda = BE = \beta$$

Ζήτημα 2^ο

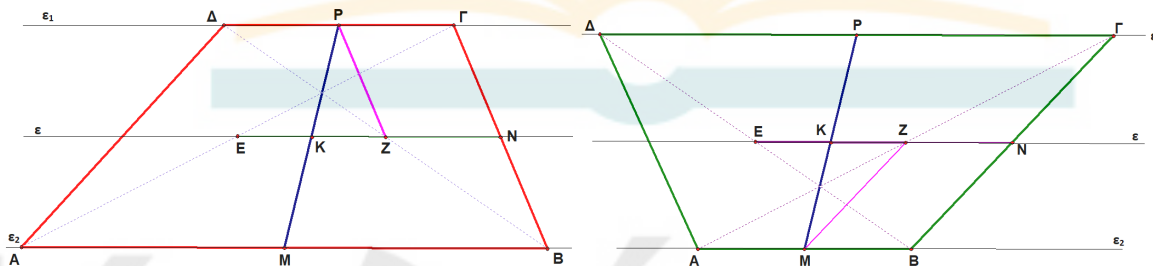


Αρχικά θα δείξουμε ότι τα τμήματα MP και EZ έχουν κοινό μέσο.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Στο } \triangle AB\Gamma : \begin{array}{l} E \text{ μέσο του } A\Gamma \\ M \text{ μέσο του } AB \end{array} \Rightarrow EM \parallel \frac{B\Gamma}{2} \\ \text{Στο } \triangle B\Delta\Gamma : \begin{array}{l} Z \text{ μέσο του } \Delta B \\ P \text{ μέσο του } \Delta\Gamma \end{array} \Rightarrow ZP \parallel \frac{B\Gamma}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow EM \parallel ZP$$

άρα $MZPE$ παραλληλόγραμμο

άρα τα τμήματα MP και EZ διχοτομούνται στο K .



Κατασκευή τραπέζιου, αν μας δίνονται τα σημεία M, P, N και το μήκος του EZ .
Βρίσκουμε το K μέσο του MP .

Φέρουμε την ευθεία ε που διέρχεται από τα K, N .

Από τα P και M φέρουμε ευθείες ε_1 και ε_2 αντίστοιχα παράλληλες στην ε .

Πάνω στην ε παίρνουμε τμήματα $KE = KZ = \frac{EZ}{2}$.

1^η κατασκευή

Φέρνουμε την PZ και από το N παράλληλη στην PZ η οποία τέμνει τις ε_1 και ε_2 στα Γ και B αντίστοιχα.

Στην ε_1 παίρνουμε τμήμα $P\Delta = P\Gamma$ και στην ε_2 τμήμα $MA = MB$.

Το ζητούμενο τραπέζιο είναι το $AB\Gamma\Delta$.

2^η κατασκευή

Φέρνουμε την MZ και από το N παράλληλη στην MZ η οποία τέμνει τις ε_1 και ε_2 στα Γ και B αντίστοιχα.

Στην ε_1 παίρνουμε τμήμα $P\Delta = P\Gamma$ και στην ε_2 τμήμα $MA = MB$.

Το ζητούμενο τραπέζιο είναι το $AB\Gamma\Delta$.

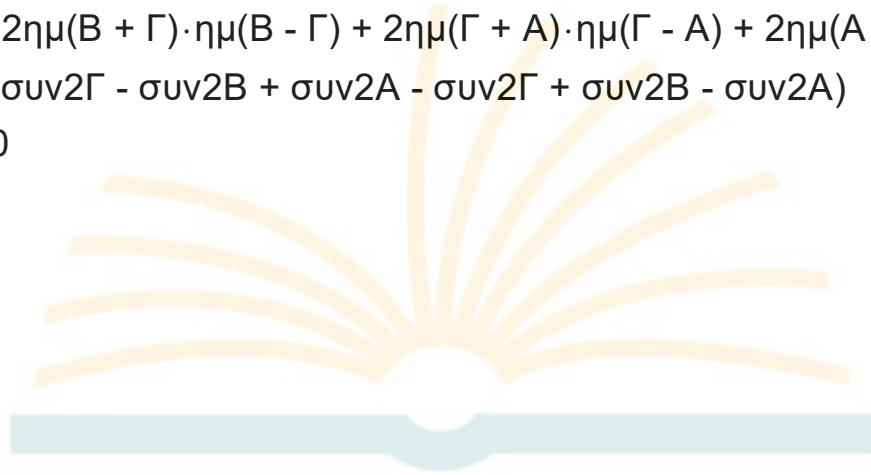
ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

Ζήτημα 1°

Θεωρία

Ζήτημα 2°

$$\begin{aligned} \alpha \cdot \eta\mu(B - \Gamma) + \beta \cdot \eta\mu(\Gamma - A) + \gamma \cdot \eta\mu(A - B) &= \\ &= 2R \cdot \eta\mu A \cdot \eta\mu(B - \Gamma) + 2R \cdot \eta\mu B \cdot \eta\mu(\Gamma - A) + 2R \cdot \eta\mu \Gamma \cdot \eta\mu(A - B) \\ &= R \cdot [2\eta\mu A \cdot \eta\mu(B - \Gamma) + 2\eta\mu B \cdot \eta\mu(\Gamma - A) + 2\eta\mu \Gamma \cdot \eta\mu(A - B)] \\ &= R \cdot [2\eta\mu(B + \Gamma) \cdot \eta\mu(B - \Gamma) + 2\eta\mu(\Gamma + A) \cdot \eta\mu(\Gamma - A) + 2\eta\mu(A + B) \cdot \eta\mu(A - B)] \\ &= R \cdot (\sigma\upsilon\nu 2\Gamma - \sigma\upsilon\nu 2B + \sigma\upsilon\nu 2A - \sigma\upsilon\nu 2\Gamma + \sigma\upsilon\nu 2B - \sigma\upsilon\nu 2A) \\ &= R \cdot 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$



Κελλάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ