

α) Τα τρίγωνα ABΓ και AΔΓ έχουν:

- $AB = A\Delta$, από υπόθεση
- $GB = G\Delta$, από υπόθεση
- ΓΑ κοινή πλευρά

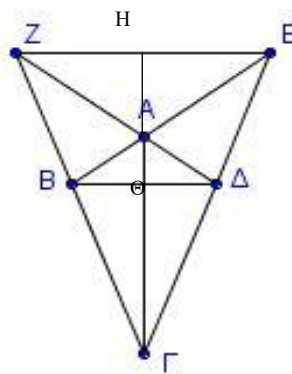
Από το κριτήριο Π-Π-Π τα τρίγωνα ABΓ και AΔΓ είναι ίσα,

οπότε έχουν $\widehat{B\Gamma A} = \widehat{A\Gamma\Delta}$ διότι βρίσκονται απέναντι από τις ίσες πλευρές AB, AΔ αντίστοιχα. Άρα η ΓΑ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{B\Gamma\Delta}$.

β) Τα τρίγωνα ΖΑΓ και ΕΑΓ έχουν:

- $\widehat{B\Gamma A} = \widehat{A\Gamma\Delta}$, από την προηγούμενη σύγκριση
- ΑΓ κοινή πλευρά
- $\widehat{Z\hat{A}\Gamma} = \widehat{E\hat{A}\Gamma}$, ως άθροισμα των ίσων γωνιών $\widehat{Z\hat{A}B}$, $\widehat{E\hat{A}\Delta}$ ως κατακορυφήν, και των ίσων $\widehat{B\hat{A}\Gamma}$, $\widehat{\Delta\hat{A}\Gamma}$.

Άρα από το κριτήριο Γ-Π-Γ τα τρίγωνα ΖΑΓ και ΕΑΓ είναι ίσα οπότε ισχύει $\Gamma Z = \Gamma E$ διότι βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{Z\hat{A}\Gamma}$, $\widehat{E\hat{A}\Gamma}$.



γ) Στο ισοσκελές τρίγωνο ΓΒΔ ($\Gamma B = \Gamma\Delta$), η ΓΘ είναι διχοτόμος, άρα και ύψος. Τότε:

$$B\Delta \perp \Gamma\Theta$$

Στο ισοσκελές τρίγωνο ΓΖΕ ($ΓΖ = ΓΕ$), η ΓΗ είναι διχοτόμος, άρα και ύψος. Τότε:

$$ΕΖ \perp ΓΗ \Leftrightarrow ΕΖ \perp ΓΘ$$

Οπότε συμπεραίνουμε ότι $ΕΖ \parallel ΒΔ$.