α) Είναι $B\widehat{A}\Gamma = 90^o$ ως εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο.

Η γωνία $\Delta\widehat{A}B$ σχηματίζεται από την εφαπτομένη ευθεία (ε) και τη χορδή ΑΒ, άρα ισχύει $\Delta\widehat{A}B = A\widehat{\Gamma}B$. Όμοια $E\widehat{A}\Gamma = A\widehat{B}\Gamma$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ βρίσκουμε

$A\widehat{B}\Gamma + A\widehat{\Gamma}B = 90^o \Leftrightarrow A\widehat{B}\Gamma = 90^o - A\widehat{\Gamma}B$

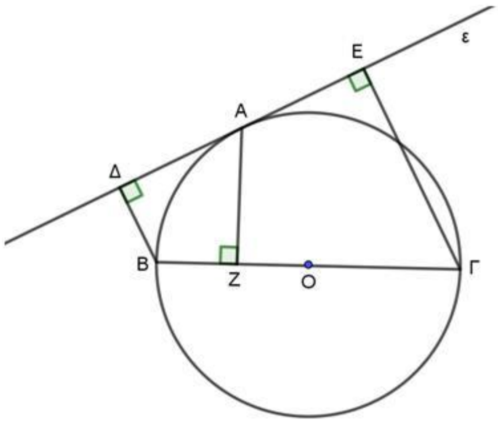
Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΔ βρίσκουμε

$A\widehat{B}\Delta + \Delta\widehat{A}B = 90^o \Leftrightarrow A\widehat{B}\Delta = 90^o - A\widehat{\Gamma}B$

Οπότε προκύπτει ότι $A\widehat{B}\Gamma = A\widehat{B}\Delta$. Άρα η ΒΑ είναι διχοτόμος της γωνίας $\Delta\widehat{B}\Gamma$.

Όμοια βρίσκουμε $A\widehat{\Gamma}B = 90^o - A\widehat{B}\Gamma$ και $A\widehat{\Gamma}E = 90^o - E\widehat{A}\Gamma = 90 - A\widehat{B}\Gamma$. Άρα

$A\widehat{\Gamma}B = A\widehat{\Gamma}E$, δηλαδή η ΓΑ είναι διχοτόμος της $E\widehat{\Gamma}B$.



β) Τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΖΓ και ΑΕΓ είναι ίσα διότι:

- ΑΓ κοινή πλευρά,
- $Z\widehat{\Gamma}A = A\widehat{\Gamma}E$, διότι ΑΓ διχοτόμος της $E\widehat{\Gamma}B$

Άρα ΑΖ = ΑΕ διότι βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $Z\widehat{\Gamma}A$, $A\widehat{\Gamma}E$ αντίστοιχα.

Επίσης, τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΒΖ είναι ίσα διότι

- ΑΒ, κοινή πλευρά,
- $A\widehat{B}\Delta = A\widehat{B}Z$, διότι ΑΒ διχοτόμος της $\Delta\widehat{B}\Gamma$

Άρα ΑΔ = ΑΖ διότι βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $A\widehat{B}\Delta$, $A\widehat{B}Z$ αντίστοιχα.

Οπότε προκύπτει ότι ΑΔ = ΑΕ = ΑΖ.

γ) Από τα ίσα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΒΖ έχουμε ΒΖ = ΒΔ .

Όμοια, από τα ίσα τρίγωνα ΑΖΓ και ΑΕΓ έχουμε ΓΖ = ΓΕ.

Έχουμε $B\Gamma = BZ + \Gamma Z = B\Delta + \Gamma E \Leftrightarrow B\Gamma = B\Delta + \Gamma E$