



α) Είναι $\widehat{E} = \widehat{B\hat{A}D}$ (1), ως εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων AD, EM που τέμνονται από την BE . Επίσης $\widehat{E\hat{Z}A} = \widehat{\Delta\hat{A}G}$ (2), ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων AD, EM που τέμνονται από την AG . Επειδή η AD είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{A} = \widehat{B\hat{A}G}$ ισχύει ότι $\widehat{B\hat{A}D} = \widehat{\Delta\hat{A}G}$ (3). Η (3) λόγω των (1) και (2) γράφεται $\widehat{E} = \widehat{E\hat{Z}A}$ (4), οπότε το τρίγωνο AEZ είναι ισοσκελές.

Είναι $\widehat{E\hat{Z}A} = \widehat{B\hat{L}E}$ (5) ως εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων AG, BL που τέμνονται από την EL . Από τις (4), (5) προκύπτει $\widehat{E} = \widehat{B\hat{L}E}$ οπότε και το τρίγωνο BLE είναι ισοσκελές.

β) Τα τρίγωνα BML και ZMG έχουν:

- $BM = MG$, διότι M μέσο της BG ,
- $\widehat{Z\hat{M}G} = \widehat{B\hat{M}L}$ ως κατακορυφήν,
- $\widehat{L\hat{B}M} = \widehat{Z\hat{I}M}$, ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων AG, BL που τέμνονται από την BG .

Από το κριτήριο $\Gamma-\Pi-\Gamma$, τα τρίγωνα BML και ZMG είναι ίσα, οπότε $BL = GZ$, καθώς βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{Z\hat{M}G}$ και $\widehat{B\hat{M}L}$ στα ίσα τρίγωνα.

γ) Είναι $AE = AZ$, λόγω του ισοσκελούς AEZ .

Επίσης $AZ = AG - GZ = AG - BL$, καθώς $GZ = BL$, από το β).

Άρα, $AE = AG - BL$.