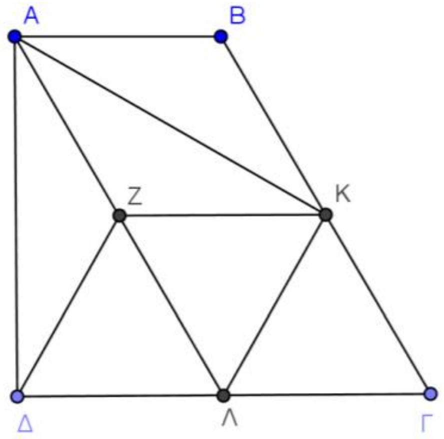

α) Ισχύει ότι ΓΔ = 2ΓΛ, καθώς το Λ είναι μέσο της ΓΔ.

Επίσης είναι ΓΔ = 2ΑΒ, άρα 2ΓΛ = 2ΑΒ $\Leftrightarrow$ ΓΛ = ΑΒ.

Επιπλέον ΓΔ // ΑΒ, άρα ΓΛ // ΑΒ (καθώς τα ΓΔ και ΓΛ είναι στην ίδια ευθεία).

Άρα το τετράπλευρο ΑΒΓΛ έχει δύο απέναντι πλευρές ίσες και παράλληλες οπότε είναι παραλληλόγραμμο. Συνεπώς οι ΑΛ και ΒΓ είναι παράλληλες και ίσες.

Επίσης, από την υπόθεση είναι ΖΚ // ΑΒ, άρα και ΖΚ // ΓΛ.

Τα τετράπλευρα ΑΒΚΖ και ΖΚΓΛ είναι παραλληλόγραμμα αφού οι απέναντι πλευρές τους είναι παράλληλες. Άρα οι απέναντι πλευρές τους είναι και ίσες, δηλαδή:

- ΒΚ = ΑΖ, στο ΑΒΚΖ
- ΚΓ = ΖΛ, στο ΖΚΓΛ

Όμως ΒΚ = ΚΓ, εφόσον το Κ είναι μέσο της ΒΓ. Άρα και ΑΖ = ΖΛ. Δηλαδή το Ζ είναι μέσο του ΑΛ.

β) Επομένως, στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΛ η ΔΖ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, άρα ΔΖ = $\frac{ΑΛ}{2}$ $\Leftrightarrow$ ΑΛ = 2ΔΖ $\Leftrightarrow$ ΒΓ = 2ΔΖ.

γ) Λόγω του παραλληλογράμμου ΑΒΚΖ είναι ΖΚ = ΑΒ.

Επίσης, από τα δεδομένα ΑΒ = $\frac{ΒΓ}{2}$.

Όμως και ΚΓ = $\frac{ΒΓ}{2}$, εφόσον το Κ είναι μέσο της ΒΓ. Άρα, ΚΓ = ΑΒ.

Επομένως το παραλληλόγραμμο ΖΚΓΛ είναι ρόμβος γιατί δύο διαδοχικές πλευρές του ίσες, τις ΖΚ και ΚΓ.

δ) Ισχύει ότι ΖΚ = ΖΛ, λόγω του ρόμβου και ΖΛ = $\frac{ΑΛ}{2}$, εφόσον το Ζ είναι μέσο του ΑΛ, από το α). Άρα ΖΛ = $\frac{ΑΛ}{2}$. Δηλαδή στο τρίγωνο ΑΚΛ μια διάμεσός, η ΖΚ του ισούται με το μισό της πλευράς ΑΛ στην οποία αντιστοιχεί, άρα το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με $A\widehat{K}\Lambda = 90^o$.