



α) Το τετράπλευρο ΔΜΗΑ έχει τρεις ορθές γωνίες οπότε είναι ορθογώνιο. Άρα $\widehat{\Delta\hat{A}H} = 90^\circ$.

β) Οι ΑΗ είναι παράλληλη στην ΒΓ, καθώς και οι δύο είναι κάθετες στην ΕΜ. Οι γωνίες $\widehat{\Gamma\hat{A}H}$ και $\widehat{A\hat{\Gamma}B}$ είναι ίσες ως εντός κα εναλλάξ, στις παράλληλες ΑΗ και ΒΓ που τέμνονται από την ΑΓ.

Επίσης, οι $\widehat{A\hat{B}\Gamma}$ και $\widehat{E\hat{A}H}$ είναι ίσες ως εντός εκτός και επί τα αυτά, στις παράλληλες ΑΗ και ΒΓ που τέμνονται από την ΒΕ.

Όμως, λόγω το ισοσκελούς ΑΒΓ, με βάση ΒΓ, είναι $\widehat{A\hat{B}\Gamma} = \widehat{A\hat{\Gamma}B}$.

Άρα τελικά $\widehat{\Gamma\hat{A}H} = \widehat{E\hat{A}H}$.

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΗΘ και ΑΗΕ.

- Είναι ορθογώνια.
- $\widehat{\Gamma\hat{A}H} = \widehat{E\hat{A}H}$.
- ΑΗ κοινή.

Άρα, είναι ίσα γιατί έχουν μία οξεία και μια κάθετη πλευρά ίση μία προς μία. Επομένως $AE = AO$, ως υποτείνουσες ίσων ορθογωνίων τριγώνων (καθώς βρίσκονται απέναντι από τις ορθές γωνίες). Άρα, το ΑΘΕ είναι ισοσκελές με βάση ΘΕ.

γ) Το ισοσκελές ΑΘΕ έχει ύψος ΑΗ. Θα είναι $\Theta H = H E$ αφού το ΑΗ εκτός από ύψος είναι και διάμεσος στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΘΗ. Τότε $\Theta E = 2\Theta H$.

Άρα $ME = M\Theta + \Theta E = M\Theta + 2\Theta H$ και

$$M\Theta + ME = M\Theta + M\Theta + 2\Theta H = 2M\Theta + 2\Theta H = 2(M\Theta + \Theta H) = 2MH.$$

Επιπλέον είναι $AD = MH$ διότι είναι απέναντι πλευρές ορθογωνίου.

Άρα $M\Theta + ME = 2AD$.