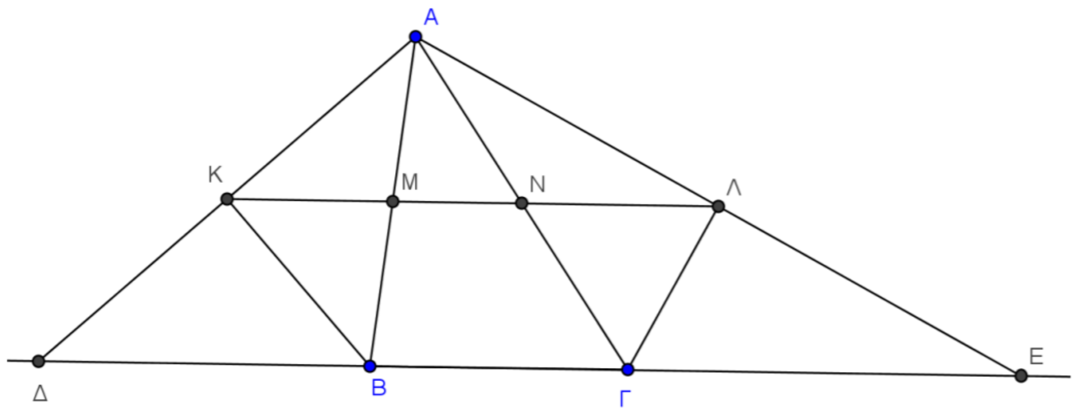

α) Το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ισοσκελές με ΑΒ = ΒΔ και βάση ΑΔ και το ΑΓΕ είναι ισοσκελές με ΑΓ = ΓΕ και βάση ΑΕ.

Άρα στο ισοσκελές ΑΒΔ η ΒΚ είναι διχοτόμος που αντιστοιχεί στην κορυφή του, άρα είναι και διάμεσος της βάσης του τριγώνου. Επομένως το Κ είναι μέσο του ΑΔ.

Ομοίως, στο ΑΓΕ, ισοσκελές, η ΓΛ είναι διχοτόμος που αντιστοιχεί στην κορυφή του, άρα είναι και διάμεσος της βάσης του τριγώνου. Συνεπώς το Λ είναι μέσο του ΑΕ.

β) Στο τρίγωνο ΑΔΕ τα σημεία Κ και Λ είναι μέσα των πλευρών ΑΔ και ΑΕ, αντίστοιχα. Άρα, η ΚΛ είναι παράλληλη της ΔΕ. Επομένως ΚΜ // ΔΒ και ΝΛ // ΓΕ.

Η ΚΒ είναι διχοτόμος της κορυφής του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΔ, άρα είναι και ύψος της βάσης του. Επομένως η $\mathrm{A\widehat{K}B}$ είναι ορθή και το ΑΚΒ είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα ΑΒ.

Επίσης, στο τρίγωνο ΑΔΒ, το Κ είναι μέσο της πλευράς ΑΔ και το ΚΜ είναι παράλληλο στην πλευρά ΔΒ, άρα θα διέρχεται από το μέσο της πλευράς ΑΒ. Συνεπώς το Μ είναι μέσο της ΑΒ.

Άρα, η ΚΜ είναι διάμεσος της υποτείνουσας ΑΒ, στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΚΒ. Επομένως, ΑΜ = $\frac{\mathrm{AB}}{2}$ = ΜΚ, άρα το τρίγωνο ΚΜΑ είναι ισοσκελές με βάση ΑΚ.

Με όμοια επιχειρήματα αποδεικνύουμε ότι το ΑΝΛ είναι ισοσκελές με βάση την ΑΛ. Πράγματι, το ΓΛ ύψος της βάσης του ισοσκελούς ΑΓΕ, ως διχοτόμος, άρα η $\mathrm{A\widehat{\Lambda}\Gamma} = 90^{o}$.

Επίσης, στο τρίγωνο ΑΓΕ, το Λ είναι μέσο της πλευράς ΑΕ και το ΝΛ είναι παράλληλο στην πλευρά ΓΕ, άρα το Ν είναι μέσο της ΑΓ. Επομένως, η ΝΛ είναι διάμεσος της υποτείνουσας, στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΛΓ. Επομένως, ΑΝ = ΝΛ, άρα το τρίγωνο ΑΝΛ είναι ισοσκελές με βάση ΑΛ.

γ) Στο τρίγωνο ΑΒΔ, τα Κ και Μ είναι μέσα των πλευρών ΑΔ και ΑΒ, αντίστοιχα.

Άρα ΚΜ = $\frac{\Delta\mathrm{B}}{2}$.

Ομοίως, στο τρίγωνο ΑΒΓ, τα Μ και Ν είναι μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ, αντίστοιχα, άρα ΜΝ = $\frac{\text{ΒΓ}}{2}$.

Με όμοιο επιχείρημα, στο τρίγωνο ΑΓΕ, προκύπτει ότι ΝΛ = $\frac{\text{ΓΕ}}{2}$.

Άρα, ΚΛ = ΚΜ + ΜΝ + ΝΛ ⇔ ΚΛ = $\frac{\text{ΔΒ}}{2} + \frac{\text{ΒΓ}}{2} + \frac{\text{ΓΕ}}{2}$

Όμως ΔΒ = ΑΒ και ΓΕ = ΑΓ, από την υπόθεση.

Άρα, ΚΛ = $\frac{\text{ΑΒ}}{2} + \frac{\text{ΒΓ}}{2} + \frac{\text{ΑΓ}}{2} = \frac{\text{ΑΒ+ΑΓ+ΒΓ}}{2}$.