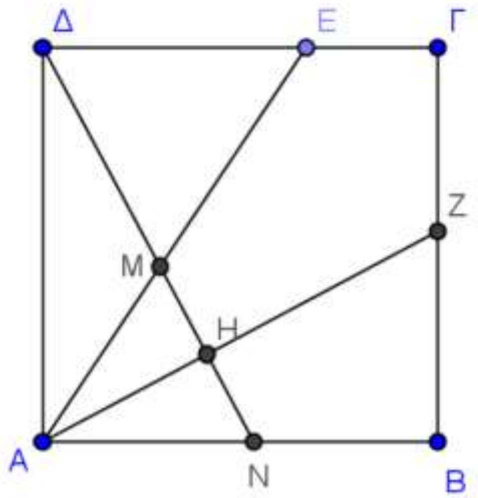

α) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΖ ($\widehat{B} = 90^o$), από το άθροισμα των γωνιών του, η γωνία $A\widehat{Z}B$ είναι συμπληρωματική της $Z\widehat{A}B$.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΗΝ ($A\widehat{H}N = 90^o$), από το άθροισμα των γωνιών του, η γωνία $A\widehat{N}H$ είναι συμπληρωματική της $H\widehat{A}N$ ή αλλιώς $Z\widehat{A}B$.

Επομένως, $A\widehat{Z}B = A\widehat{N}H$, ως συμπληρωματικές στην ίδια γωνία.

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΔΝ και ΑΒΖ.

- Είναι ορθογώνια.
- $A\widehat{Z}B = A\widehat{N}\Delta$, γιατί $A\widehat{Z}B = A\widehat{N}H$.
- ΑΔ = ΑΒ, ως πλευρές του ίδιου τετραγώνου.

Άρα τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΔΝ και ΑΒΖ είναι ίσα, γιατί έχουν μία κάθετη πλευρά και μία οξεία γωνία, ίσες μία προς μία.

β) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΗΜ και ΑΗΝ.

- Είναι ορθογώνια, γιατί η ΔΗ είναι κάθετη στην ΑΖ, από την υπόθεση.
- ΑΗ κοινή πλευρά.
- $M\widehat{A}H = N\widehat{A}H$, γιατί η ΑΖ είναι διχοτόμος της γωνίας $M\widehat{A}N$.

Άρα τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΗΜ και ΑΗΝ είναι ίσα, καθώς έχουν μια κοινή κάθετη πλευρά και από μία οξεία γωνία ίση. Συνεπώς ΑΜ = ΑΝ, καθώς είναι οι υποτείνουσές τους.

Οι γωνίες $E\widehat{\Delta}N = A\widehat{N}M$ (1) ως εντός και εναλλάξ των παραλλήλων ΔΓ και ΑΒ με τέμνουσα την ΔΝ.

Επίσης $\Delta\widehat{M}E = A\widehat{M}N$ (2), ως κατακορυφήν.

Όμως, το τρίγωνο ΑΜΝ είναι ισοσκελές με βάση την ΜΝ, καθώς ΑΜ = ΑΝ.

Άρα, $A\widehat{M}N = A\widehat{N}M$ (3).

Από (1), (2) και (3) είναι $\Delta\widehat{M}E = E\widehat{\Delta}N$. Άρα το τρίγωνο ΔΕΝ είναι ισοσκελές με βάση ΔΜ και ΔΕ = ΕΜ.

γ) Είναι ΑΕ = ΑΜ + ΜΕ.

Όμως, από το β) ΑΜ = ΑΝ και ΜΕ = ΔΕ, άρα ΑΕ = ΑΝ + ΔΕ.

Από τα ίσα ορθογώνια τρίγωνα ΑΔΝ και ΑΒΖ έχουμε ότι ΑΝ = ΒΖ, καθώς είναι οι δύο άλλες κάθετες πλευρές τους, πέρα από τις ΑΔ και ΑΒ (οι οποίες είναι ίσες).

Επομένως ΑΕ = ΒΖ + ΔΕ.