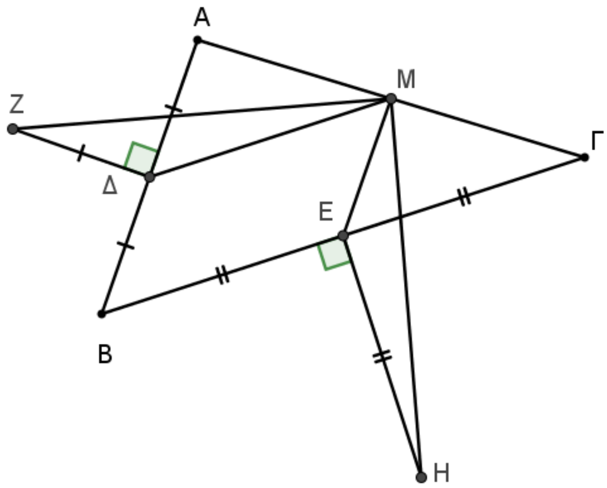
α) i. Επειδή τα Δ και Μ είναι μέσα δύο πλευρών του τριγώνου ΑΒΓ, ισχύει ότι

$\Delta M \parallel B\Gamma \Leftrightarrow \Delta M \parallel BE$ και $\Delta M = \frac{B\Gamma}{2} = BE$

Στο τετράπλευρο ΒΔΜΕ δύο απέναντι πλευρές του είναι ίσες και παράλληλες (ΔΜ//= ΒΕ), άρα είναι παραλληλόγραμμο.

ii. Τα τρίγωνα ΖΔΜ και ΕΜΗ έχουν:

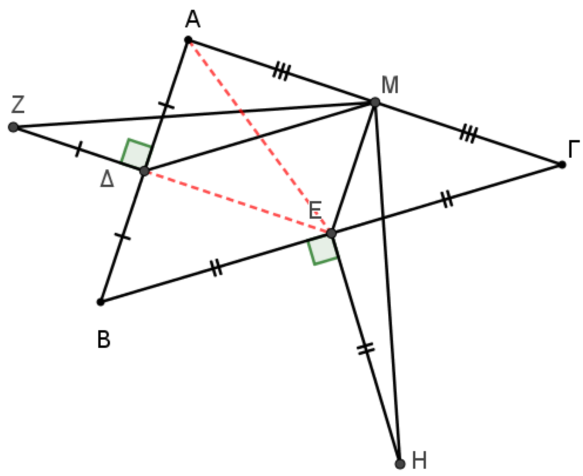


- $Z\Delta = \frac{AB}{2} = B\Delta = ME$, αφού τα ΒΔ και ΜΕ είναι απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου
- $M\Delta = BE = \frac{B\Gamma}{2} = EH$, αφού τα ΜΔ, ΒΕ είναι απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου
- $M\hat{E}H = Z\hat{\Delta}M$, διότι
  - $M\hat{E}H = H\hat{E}\Gamma + M\hat{E}\Gamma = 90^o + M\hat{E}\Gamma$,
  - $Z\hat{\Delta}M = 90^o + A\hat{\Delta}M$,
  - $M\hat{E}\Gamma = \hat{B}$, ως εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ΜΕ, ΑΒ που τέμνονται από την ΒΕ.
  - $A\hat{\Delta}M = \hat{B}$, ως εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ΜΔ, ΒΓ που τέμνονται από την ΒΔ.

Σύμφωνα με το κριτήριο Π – Γ – Π τα τρίγωνα ΖΔΜ και ΕΜΗ είναι ίσα.

β) Το ΜΕ ενώνει τα μέσα των πλευρών του τριγώνου ΑΒΓ

άρα ισχύει ότι:



$ME \parallel = \frac{AB}{2} \Leftrightarrow ME \parallel = A\Delta$

Επομένως το ΑΜΕΔ είναι παραλληλόγραμμο.

Επειδή τα σημεία Ζ, Δ και Ε είναι συνευθειακά και $Z\Delta \perp AB$

θα είναι και $E\Delta \perp AB$, δηλαδή $E\hat{\Delta}A = 90^o$.

Συνεπώς το παραλληλόγραμμο ΑΜΕΔ έχει μια γωνία ορθή, οπότε είναι ορθογώνιο, άρα $\hat{A} = 90^o$.