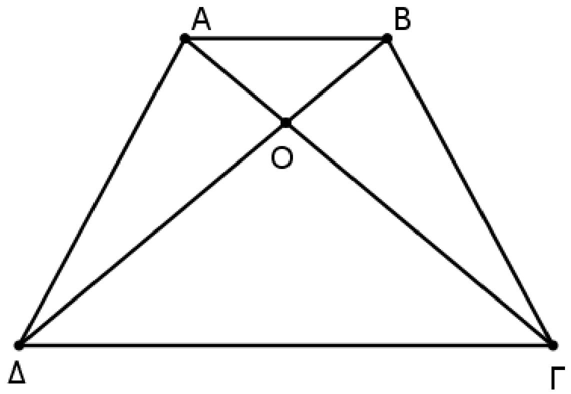
α) Τα τρίγωνα ΑΓΔ και ΒΓΔ έχουν:

- ΓΔ κοινή πλευρά
- ΑΔ = ΒΓ, από υπόθεση
- ΑΓ = ΒΔ, από υπόθεση

Σύμφωνα με το κριτήριο Π – Π – Π τα τρίγωνα ΑΓΔ και ΒΓΔ είναι ίσα οπότε:
$A\hat{\Gamma}\Delta = B\hat{\Delta}\Gamma$ αφού είναι απέναντι από τις ίσες πλευρές ΑΔ και ΒΓ. Άρα το τρίγωνο ΟΓΔ είναι ισοσκελές με ΟΓ = ΟΔ (1).

Ισχύει ακόμη ότι: $A\Gamma = B\Delta \Leftrightarrow O\Gamma + OA = OB + O\Delta \overset{(1)}{\Leftrightarrow} OA = OB$
Επομένως και το τρίγωνο ΟΑΒ είναι ισοσκελές.



β) Στο τρίγωνο ΑΒΟ, επειδή ΟΑ=ΟΒ από το (α) ερώτημα, οι γωνίες $\Gamma\hat{A}B$, $A\hat{B}\Delta$ είναι ίσες.
Από την ισότητα των τριγώνων ΑΓΔ και ΒΓΔ, οι γωνίες $\Delta\hat{A}\Gamma$ και $\Delta\hat{B}\Gamma$ είναι ίσες αφού είναι απέναντι από την κοινή πλευρά ΓΔ.
Άρα $\Delta\hat{A}B = \Delta\hat{A}\Gamma + \Gamma\hat{A}B = \Delta\hat{B}\Gamma + A\hat{B}\Delta = A\hat{B}\Gamma$

γ) Από την ισότητα των τριγώνων ΑΓΔ και ΒΓΔ, οι γωνίες $A\hat{\Delta}\Gamma$ και $B\hat{\Gamma}\Delta$ είναι ίσες, αφού είναι απέναντι από τις ίσες πλευρές ΑΓ και ΒΔ.
Από το άθροισμα γωνιών του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ έχουμε:
$\Delta\hat{A}B + A\hat{B}\Gamma + A\hat{\Delta}\Gamma + B\hat{\Gamma}\Delta = 360^o \Leftrightarrow 2\Delta\hat{A}B + 2A\hat{\Delta}\Gamma = 360^o \Leftrightarrow \Delta\hat{A}B + A\hat{\Delta}\Gamma = 180^o$
Οι γωνίες $\Delta\hat{A}B$ και $A\hat{\Delta}\Gamma$ είναι εντός και επι τα αυτά μέρη των ΑΒ, ΓΔ που τέμνονται από την ΑΔ. Επειδή είναι παραπληρωματικές, οι ευθείες ΑΒ, ΓΔ είναι παράλληλες (1).
Αν υποθέσουμε ότι ΑΔ // ΒΓ, τότε το τετράπλευρο ΑΒΓΔ θα ήταν παραλληλόγραμμο και θα είχε ΑΒ = ΓΔ που είναι άτοπο αφού ΑΒ<ΓΔ. Άρα οι ΑΔ, ΒΓ δεν είναι παράλληλες (2).
Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει ότι το ΑΒΓΔ είναι τραπέζιο και επειδή ΑΔ=ΒΓ είναι ισοσκελές τραπέζιο.