α) i. Επειδή η ΕΜ είναι μεσοκάθετος της ΒΓ, το τρίγωνο ΕΒΓ είναι ισοσκελές οπότε:

$E\hat{B}\Gamma = \hat{\Gamma} = 30^o$

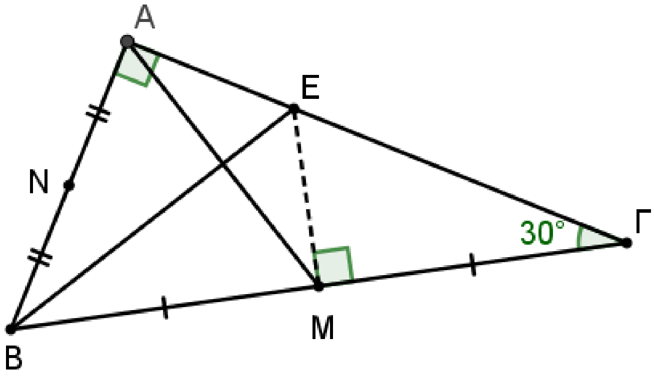
Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΑΒΓ βρίσκουμε:

$\hat{B} + \hat{\Gamma} = 90^o \Leftrightarrow \hat{B} + 30^o = 90^o \Leftrightarrow \hat{B} = 60^o$

Τότε

$A\hat{B}E = \hat{B} - E\hat{B}\Gamma = 60^o - 30^o = 30^o$

Επειδή $A\hat{B}E = E\hat{B}\Gamma$, η ΒΕ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$.

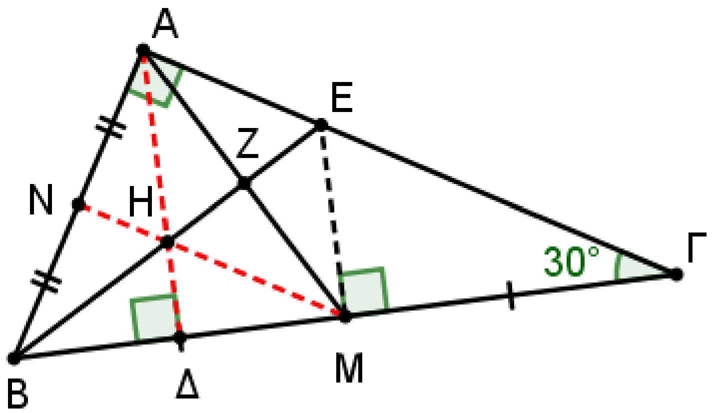


ii. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΕ είναι

$A\hat{B}E = 30^o$, άρα $AE = \frac{EB}{2} = \frac{\Gamma E}{2}$.

iii. Το ΑΜ είναι διάμεσος στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα του, άρα $AM = \frac{B\Gamma}{2} = MB$

Το τρίγωνο ΑΜΒ είναι ισοσκελές και επιπλέον έχει $\hat{B} = 60^o$, άρα είναι ισόπλευρο. Η ΒΕ είναι διχοτόμος του ισόπλευρου τριγώνου ΑΒΜ, οπότε θα τέμνει κάθετα την ΑΜ, άρα το ΒΕ είναι μεσοκάθετος του ΑΜ.



β) Έστω Ζ το σημείο τομής της ΒΕ με την ΑΜ. Το Η είναι σημείο τομής των υψών ΑΔ και ΒΖ, άρα είναι ο ορθόκεντρο του τριγώνου ΑΒΜ, έτσι η ΜΗ είναι το τρίτο ύψος του τριγώνου που επειδή είναι ισόπλευρο, θα περνά από το μέσο Μ της ΑΒ. Άρα τα σημεία Μ, Η και Ν είναι συνευθειακά.