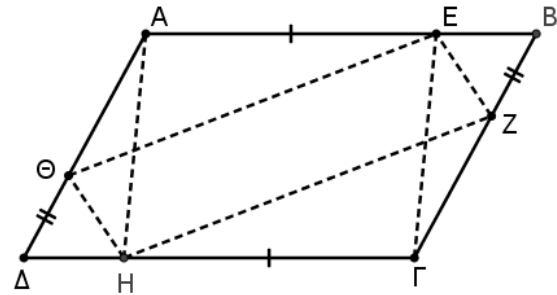


**α)** Επειδή  $AB \parallel \Gamma\Delta$  είναι και  $AE \parallel \Gamma\text{H}$ . Επίσης  $AE = \Gamma\text{H}$  από υπόθεση, οπότε το τετράπλευρο  $AE\Gamma\text{H}$  είναι παραλληλόγραμμο γιατί έχει δύο απέναντι πλευρές του ίσες και παράλληλες.

**β)** Τα τρίγωνα  $\Delta\text{H}\Theta$  και  $\text{B}\text{E}\text{Z}$  έχουν:

- $\Delta\text{H} = \text{B}\text{E}$  αφού  $\Delta\text{H} = \Delta\Gamma - \text{H}\Gamma = \text{A}\text{B} - \text{A}\text{E} = \text{B}\text{E}$
- $\hat{\Delta} = \hat{\text{B}}$ , ως απέναντι γωνίες παραλληλογράμμου
- $\Delta\Theta = \text{B}\text{Z}$ , από υπόθεση

Σύμφωνα με το κριτήριο Π-Γ-Π τα τρίγωνα είναι ίσα άρα και  $\Theta\text{H} = \text{E}\text{Z}$  (1) αφού βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες  $\hat{\Delta}$  και  $\hat{\text{B}}$ .



Τα τρίγωνα  $\text{A}\Theta\text{E}$  και  $\Gamma\text{H}\text{Z}$  έχουν:

- $\text{A}\text{E} = \Gamma\text{H}$ , από υπόθεση
- $\hat{\text{A}} = \hat{\Gamma}$ , ως απέναντι γωνίες παραλληλογράμμου
- $\text{A}\Theta = \Gamma\text{Z}$  διότι  $\text{A}\Theta = \text{A}\Delta - \Theta\Delta = \text{B}\Gamma - \text{B}\text{Z} = \Gamma\text{Z}$

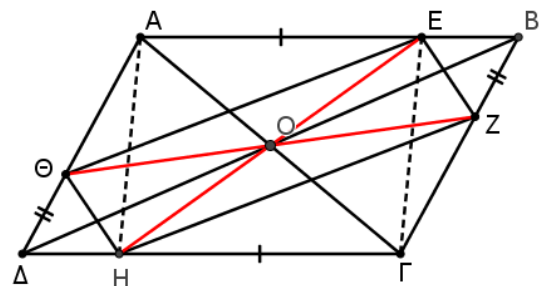
Σύμφωνα με το κριτήριο Π - Γ - Π τα τρίγωνα είναι ίσα, οπότε έχουν και  $\Theta\text{E} = \text{H}\text{Z}$ (2) αφού βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες  $\hat{\text{A}}$  και  $\hat{\Gamma}$ .

Από τις (1) και (2) το τετράπλευρο  $\text{E}\text{Z}\text{H}\Theta$  έχει τις απέναντι πλευρές του ίσες, άρα είναι παραλληλόγραμμο.

**γ)** Έστω  $\text{O}$  το μέσον της  $\text{A}\Gamma$ .

Επειδή το  $\text{A}\text{B}\Gamma\Delta$  είναι παραλληλόγραμμο οι διαγώνιοί του διχοτομούνται, άρα η  $\text{B}\Delta$  διέρχεται από το  $\text{O}$ .

Επειδή το  $\text{A}\text{E}\Gamma\text{H}$  είναι παραλληλόγραμμο οι διαγώνιοί του διχοτομούνται, άρα η  $\text{E}\text{H}$  διέρχεται από το  $\text{O}$  που είναι και το μέσον της.



Επειδή το  $\text{A}\text{Z}\text{H}\Theta$  είναι παραλληλόγραμμο οι διαγώνιοί του διχοτομούνται, άρα η  $\Theta\text{Z}$  διέρχεται από το μέσον της  $\text{E}\text{H}$  που είναι το  $\text{O}$ .

Άρα οι  $\text{A}\Gamma$ ,  $\text{B}\Delta$ ,  $\text{E}\text{H}$  και  $\text{Z}\Theta$  διέρχονται από το ίδιο σημείο.