

α) Έστω O το σημείο τομής των διαγωνίων $ΑΓ$, $ΒΔ$ του παραλληλογράμμου $ΑΒΓΔ$.

Επειδή οι διαγώνιες διχοτομούνται, είναι

$$ΟΑ = ΟΓ \text{ (1) και}$$

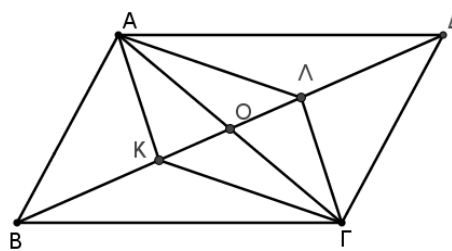
$$ΟΒ = ΟΔ \text{ (2).}$$

Από τη (2) βρίσκουμε:

$$ΟΒ = ΟΔ \Leftrightarrow ΟΚ + ΚΒ = ΟΛ + ΛΔ \Leftrightarrow ΟΚ = ΟΛ \text{ (3), γιατί}$$

από υπόθεση $ΚΒ = ΛΔ$.

Λόγω των σχέσεων (1) και (3), το τετράπλευρο $ΑΚΓΛ$ είναι παραλληλόγραμμο αφού οι διαγώνιές του διχοτομούνται.



β) Επειδή το $ΑΒΓΔ$ είναι ρόμβος, για τις διαγώνιες του $ΑΓ$ και $ΒΔ$ ισχύει $ΑΓ \perp ΒΔ$. Τότε όμως και στο παραλληλόγραμμο $ΑΚΓΛ$ οι διαγώνιες του θα είναι κάθετες και συνεπώς θα είναι ρόμβος.

γ) Για να είναι το $ΑΚΓΛ$ ορθογώνιο πρέπει οι διαγώνιές του να είναι ίσες, δηλαδή

$$ΑΓ = ΚΛ \Leftrightarrow ΑΓ = \frac{ΒΔ}{3}$$

Πρέπει δηλαδή η διαγώνιος $ΑΓ$ του τετραπλεύρου $ΑΒΓΔ$ να ισούται με το $\frac{1}{3}$ της διαγωνίου $ΒΔ$.