

α) Το ΔΕ είναι ύψος και διάμεσος στο τρίγωνο ΑΔΖ, άρα το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

β) Το ΟΕ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΑΖΓ, άρα

$$ΟΕ = \frac{ΖΓ}{2} \Leftrightarrow ΖΓ = 2ΟΕ.$$

γ) Επειδή το ΟΕ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών στο

τρίγωνο ΑΖΓ, άρα $ΟΕ // ΖΓ \Leftrightarrow ΒΔ // ΖΓ$. Η ΒΖ τέμνει την ΑΒ άρα τέμνει και την ΓΔ, οπότε οι πλευρές ΒΖ και ΓΔ δεν είναι παράλληλες. Άρα το ΒΔΖΓ είναι τραπέζιο.

Στο τρίγωνο ΑΒΖ το ΒΕ είναι ύψος και διάμεσος, άρα το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

Άρα $ΒΖ = ΑΒ$ αλλά και $ΑΒ = ΓΔ$ ως απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου, οπότε

$ΒΖ = ΓΔ$. Άρα το τετράπλευρο ΒΔΖΓ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

