

α) Είναι $\widehat{AB\Gamma} = \widehat{A\Delta\Gamma} = 90^\circ$ ως εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν σε ημικόκλιο.

Τα ορθογώνια τρίγωνα $A\Gamma\Delta$ και $AB\Gamma$ είναι ίσα γιατί έχουν την πλευρά $A\Gamma$ κοινή και $A\Delta = B\Gamma$.

Άρα $\widehat{A\Gamma\Delta} = \widehat{B\Delta\Gamma}$ ως γωνίες που βρίσκονται απέναντι από ίσες πλευρές $A\Delta$ και $B\Gamma$.

Δηλαδή οι AB και $\Delta\Gamma$ που τέμνονται από την $A\Gamma$ σχηματίζουν τις εντός εναλλάξ γωνίες $\widehat{A\Gamma\Delta}$ και $\widehat{B\Delta\Gamma}$ ίσες, άρα $AB \parallel \Delta\Gamma$ (1).

β) Είναι $\widehat{A\Gamma\Delta} = \widehat{A\Gamma B}$ ως περιεχόμενες σε ίσες μία προς μία πλευρές των ίσων τριγώνων $A\Gamma\Delta$ και $AB\Gamma$. Δηλαδή οι $A\Delta$ και $B\Gamma$ που τέμνονται από την $A\Gamma$ σχηματίζουν τις εντός εναλλάξ γωνίες $\widehat{A\Gamma\Delta}$ και $\widehat{A\Gamma B}$ ίσες, άρα $A\Delta \parallel B\Gamma$ (2).

Από τις (1) και (2) το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο και αφού $\widehat{AB\Gamma} = 90^\circ$, είναι ορθογώνιο.

γ) Επειδή η γωνία $\widehat{B\Delta\Gamma}$ είναι εγγεγραμμένη και ορθή, βαίνει σε ημικόκλιο. Άρα η $B\Delta$ είναι διάμετρος του κύκλου.

δ) Επειδή τα OK και OL είναι αποστήματα των χορδών $\Gamma\Delta$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα, ισχύει ότι $OK \perp \Gamma\Delta$ και $OL \perp B\Gamma$ οπότε $\widehat{OK\Gamma} = \widehat{OL\Gamma} = 90^\circ$.

Επίσης από το ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ έχουμε ότι $\widehat{\Delta\Gamma B} = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{K\Gamma L} = 90^\circ$.

Το τετράπλευρο $OLK\Gamma$ έχει τρεις γωνίες ορθές, οπότε είναι ορθογώνιο.

