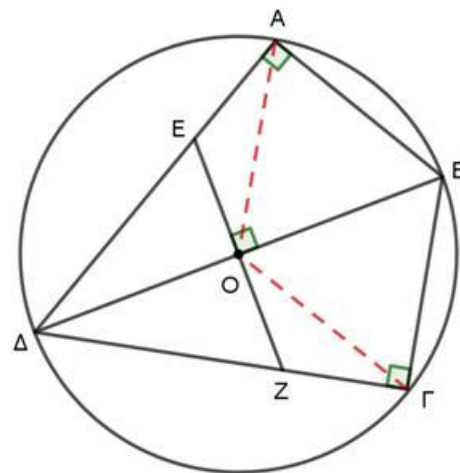


α) Είναι $\hat{A} = \hat{\Gamma} = 90^\circ$ ως εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν σε ημικύκλιο. Το τετράπλευρο ABΓΔ είναι εγγεγραμμένο άρα $\hat{B} + \hat{\Delta} = 180^\circ$. Όμως $\hat{B} = 2\hat{\Delta}$, άρα $2\hat{\Delta} + \hat{\Delta} = 180^\circ \Leftrightarrow 3\hat{\Delta} = 180^\circ \Leftrightarrow \hat{\Delta} = 60^\circ$ και $\hat{B} = 120^\circ$.

β) Τα ορθογώνια τρίγωνα ΔAB και ΔΓB έχουν:

- ΒΔ κοινή πλευρά και
- $AB = B\Gamma$, από υπόθεση

Άρα τα τρίγωνα ΔAB και ΔΓB είναι ίσα.



γ) Επειδή τα τρίγωνα ABΔ και BΓΔ είναι ίσα, ισχύει $\hat{A}\hat{\Delta}B = \hat{\Gamma}\hat{\Delta}B$ διότι είναι απέναντι από τις ίσες πλευρές AB, BΓ αντίστοιχα, οπότε η ΔB είναι διχοτόμος της AΓ οπότε:

$$\hat{A}\hat{\Delta}B = \hat{B}\hat{\Delta}\Gamma = \frac{\hat{A}\hat{\Gamma}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

Επειδή στο ορθογώνιο τρίγωνο AΔB είναι $\hat{A}\hat{\Delta}B = 30^\circ$, η απέναντι κάθετη ισούται με

$$\text{το μισό της υποτείνουσας, δηλαδή } AB = \frac{\Delta B}{2} = \frac{2\rho}{2} = \rho$$

Όμοια, στο ορθογώνιο τρίγωνο $\Delta ΓΒ$ είναι $\widehat{\Gamma\Delta Β} = 30^\circ$, οπότε $BΓ = \frac{\Delta Β}{2} = \frac{2\rho}{2} = \rho$

Επίσης $ΟΑ = ΟΓ = \rho$.

Οπότε προκύπτει ότι το $ΑΒΓΟ$ έχει όλες τις πλευρές του ίσες άρα είναι ρόμβος.

δ) Ισχύει ότι: $\widehat{Ε\hat{Α}Β} + \widehat{Ε\hat{Ο}Β} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

Δηλαδή δύο απέναντι γωνίες του τετραπλεύρου $ΑΒΟΕ$ είναι παραπληρωματικές, άρα είναι εγγράψιμο σε κύκλο.