

α) Το τμήμα AM είναι διάμεσος του ορθογωνίου τριγώνου ABΓ που φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας οπότε είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας, δηλαδή $AM = \frac{B\Gamma}{2}$.

Όμοια, το τμήμα ΔM είναι διάμεσος του ορθογωνίου τριγώνου BΔΓ, που φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας οπότε είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας, δηλαδή $\Delta M = \frac{B\Gamma}{2}$.

Άρα $AM = \Delta M$, οπότε το τρίγωνο AMΔ είναι ισοσκελές.

β) Επειδή $AM = \frac{B\Gamma}{2} = M\Gamma$ το τρίγωνο AMΓ είναι ισοσκελές οπότε ισχύει ότι:

$$\widehat{M\hat{A}\Gamma} = \widehat{M\hat{\Gamma}A} \quad (1)$$

Επειδή $\Delta M = \frac{B\Gamma}{2} = M\Gamma$ το τρίγωνο ΔMΓ είναι ισοσκελές οπότε ισχύει ότι:

$$\widehat{M\hat{\Delta}\Gamma} = \widehat{M\hat{\Gamma}\Delta} \quad (2)$$

Η γωνία $\widehat{A\hat{M}B}$ είναι εξωτερική στο τρίγωνο AMΓ άρα ισούται με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών, οπότε σε συνδυασμό με τη σχέση (1) βρίσκουμε:

$$\widehat{A\hat{M}B} = \widehat{M\hat{A}\Gamma} + \widehat{M\hat{\Gamma}A} \Leftrightarrow \widehat{A\hat{M}B} = 2\widehat{M\hat{\Gamma}A} \quad (3)$$

Η γωνία $\widehat{B\hat{M}\Delta}$ είναι εξωτερική στο τρίγωνο MΔΓ, άρα χρησιμοποιώντας τη σχέση (2) παίρνουμε

$$\widehat{B\hat{M}\Delta} = \widehat{M\hat{\Delta}\Gamma} + \widehat{M\hat{\Gamma}\Delta} \Leftrightarrow \widehat{B\hat{M}\Delta} = 2\widehat{M\hat{\Gamma}\Delta} \quad (4)$$

Προσθέτουμε κατά μέλη τις (3), (4) και βρίσκουμε:

$$\widehat{A\hat{M}B} + \widehat{B\hat{M}\Delta} = 2\widehat{M\hat{\Gamma}A} + 2\widehat{M\hat{\Gamma}\Delta} \Leftrightarrow \widehat{A\hat{M}\Delta} = 2\widehat{A\hat{\Gamma}\Delta}$$

γ) Είναι $\widehat{B\hat{A}\Gamma} + \widehat{B\hat{\Delta}\Gamma} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, δηλαδή δύο απέναντι γωνίες του τετραπλεύρου ABΓΔ είναι παραπληρωματικές άρα το τετράπλευρο είναι εγγράψιμο. Επομένως η πλευρά του ΓΔ φαίνεται από τις κορυφές A και B υπό ίσες γωνίες, δηλαδή $\widehat{\Gamma\hat{B}\Delta} = \widehat{\Gamma\hat{A}\Delta}$.

