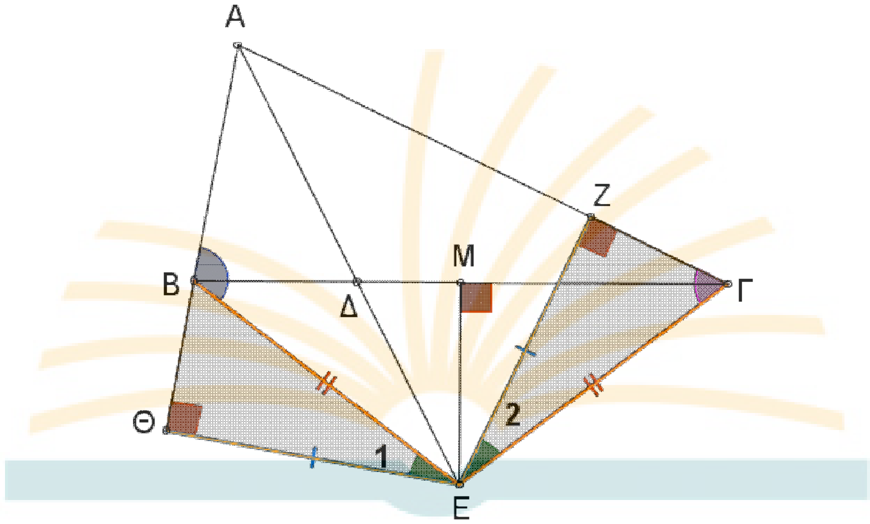
GI_A_GEO_4_1707

Στο τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ<ΑΓ) του παρακάτω σχήματος, η κάθετη στο μέσο Μ της ΒΓ τέμνει την προέκταση της διχοτόμου ΑΔ στο σημείο Ε. Αν Θ, Ζ είναι οι προβολές του Ε στις ΑΒ, ΑΓ, να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΕΒΓ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 5)

β) Τα τρίγωνα ΘΒΕ και ΖΓΕ είναι ίσα. (Μονάδες 8)

γ) $\hat{ΑΓΕ} + \hat{ΑΒΕ} = 180°$ (Μονάδες 12)



α) Το $\overset{\triangle}{ΒΓΕ}$ είναι ισοσκελές, διότι η ΕΜ είναι διάμεσος και ύψος.

β) Συγκρίνω $\overset{\triangle}{ΘΒΕ}$, $\overset{\triangle}{ΖΓΕ}$.

Έχουν : 1) $\hat{Θ} = \hat{Ζ} = 90^0$

2) ΕΒ = ΕΓ ($\overset{\triangle}{ΒΓΕ}$ ισοσκελές)

3) ΕΘ = ΕΖ (Ε σημείο της διχοτόμου της $\hat{Α}$)

Επομένως $\mathbf{\overset{\triangle}{ΘΒΕ} = \overset{\triangle}{ΖΓΕ}}$, και $\hat{Ε}_1 = \hat{Ε}_2 = ω$ (1).

γ) Η $\overset{\wedge}{ΑΒΕ}$ είναι εξωτερική στο $\overset{\triangle}{ΘΒΕ}$,

άρα $\overset{\wedge}{ΑΒΕ} = \hat{Θ} + \hat{Ε}_1 \overset{(1)}{=} 90^0 + ω$ (2)

Στο $\overset{\triangle}{ΖΓΕ}$ είναι : $\overset{\wedge}{ΑΓΕ} = 180^0 - \hat{Ζ} - \hat{Ε}_2 \overset{(1)}{=} 180^0 - 90^0 - ω = 90^0 - ω$ (3)

Από (2) και (3) με πρόσθεση κατά μέλη έχουμε : $\mathbf{\overset{\wedge}{ΑΒΕ} + \overset{\wedge}{ΑΓΕ} = 180^0}$.

Επιμέλεια : **Μάνος Κοθρής** - Μαθηματικός