

GI_A_GEO_4_1716

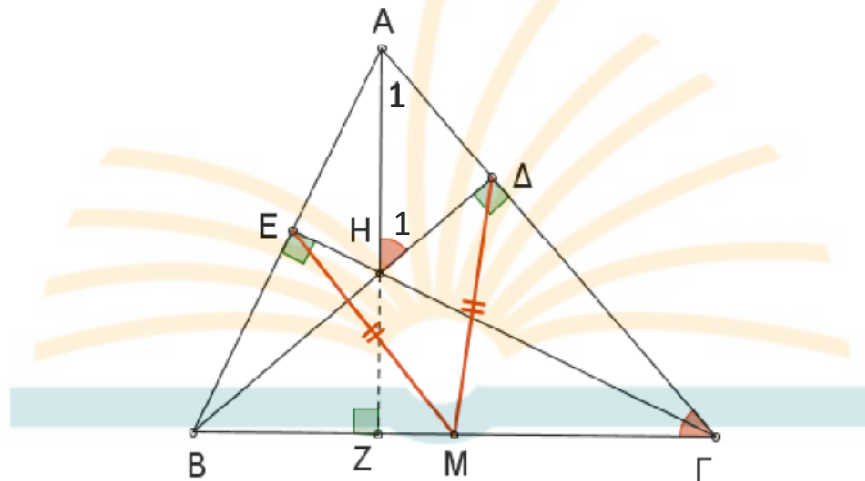
Στο παρακάτω σχήμα δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$, τα ύψη του $B\Delta$ και ΓE που τέμνονται στο σημείο H και το μέσο M της πλευράς $B\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι

i. $M\Delta = ME$ (Μονάδες 10)

ii. Η ευθεία AH τέμνει κάθετα τη $B\Gamma$ και ότι $\hat{A}\hat{H}\Delta = \hat{\Gamma}$, όπου $\hat{\Gamma}$ η γωνία του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$. (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε το ορθόκεντρο του τριγώνου $\triangle ABH$. (Μονάδες 10)



α) i. Στο ορθογώνιο $\triangle B\Gamma\Delta$ η ΔM είναι διάμεσος προς την υποτείνουσα,

$$\text{άρα } M\Delta = \frac{B\Gamma}{2} \quad (1)$$

Στο ορθογώνιο $\triangle E\beta\Gamma$ η EM είναι διάμεσος προς την υποτείνουσα,

$$\text{άρα } ME = \frac{B\Gamma}{2} \quad (2)$$

Από (1) και (2), προκύπτει ότι $M\Delta = ME$.

ii. Το H είναι το ορθόκεντρο του $\triangle E\beta\Gamma$,

άρα το τρίτο ύψος AZ διέρχεται από το H , δηλαδή $AZ \perp B\Gamma$.

Στο ορθογώνιο $\triangle A\hat{H}\Delta$ η \hat{H}_1 είναι συμπληρωματική της \hat{A}_1 }
 Στο ορθογώνιο $\triangle A\hat{\Gamma}Z$ η $\hat{\Gamma}$ είναι συμπληρωματική της \hat{A}_1 } $\Rightarrow \hat{H}_1 = \hat{\Gamma}$

ή $\hat{A}\hat{H}\Delta = \hat{\Gamma}$.

β) Στο $\triangle ABH$ οι προεκτάσεις των τριών ύψων $A\Delta$, HE , BZ τέμνονται στο Γ ,

άρα το σημείο Γ είναι το ορθόκεντρο του $\triangle ABH$.