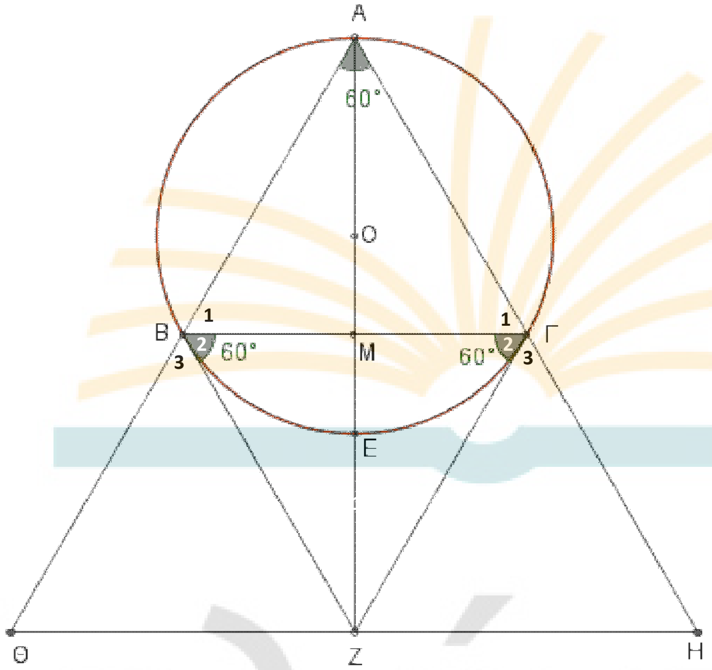
GI_A_GEO_4_1720

Δίνεται το ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ που είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο με κέντρο Ο και ακτίνα ρ. Τα τμήματα ΓΖ και ΒΖ είναι τα εφαπτόμενα τμήματα του κύκλου στα σημεία Γ και Β αντίστοιχα. Αν το τμήμα ΘΗ είναι κάθετο στο τμήμα ΑΖ στο Ζ , να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΖΒΓ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 7)

β) Το τετράπλευρο ΑΓΖΒ είναι ρόμβος. (Μονάδες 8)

γ) Το τετράπλευρο ΒΓΗΘ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 10)



α) Η $\hat{B}_2$ είναι γωνία της χορδής ΒΓ και της εφαπτομένης ΒΖ, άρα $\hat{B}_2 = \hat{A}_1 = 60^0$.

Η $\hat{\Gamma}_2$ είναι γωνία της χορδής ΒΓ και της εφαπτομένης ΓΖ, άρα $\hat{\Gamma}_2 = \hat{A}_1 = 60^0$.

Επομένως **το $\overset{\Delta}{Z B \Gamma}$ είναι ισόπλευρο**, αφού $\hat{B}_2 = \hat{\Gamma}_2 = 60^0$.

β) Τα $\overset{\Delta}{AB\Gamma}, \overset{\Delta}{ZB\Gamma}$ είναι ίσα ισόπλευρα τρίγωνα,

άρα **το τετράπλευρο ΑΒΖΓ είναι ρόμβος**, αφού όλες οι πλευρές του είναι ίσες.

γ) $\left.\begin{array}{l} B\Gamma \perp AZ \text{ (οι διαγώνιοι του ρόμβου είναι κάθετες)} \\ \Theta H \perp AZ \text{ (υπόθεση)} \end{array}\right\} \Rightarrow B\Gamma \parallel \Theta H$

και επειδή $B\Theta \nparallel \Gamma H$ (αφού τέμνονται στο Α)

το τετράπλευρο ΒΓΗΘ είναι τραπέζιο.

Είναι $\hat{\Theta} = \hat{B}_1 = 60^0$ και $\hat{H} = \hat{\Gamma}_1 = 60^0$ (εντός εκτός κι επί τ' αυτά), άρα

$\hat{\Theta} = \hat{H}$ και **το τετράπλευρο ΒΓΗΘ είναι ισοσκελές τραπέζιο**.

Επιμέλεια : **Μάνος Κοθρής** - Μαθηματικός