

## GI\_A\_GEO\_4\_1732

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Προεκτείνουμε το ύψος του ΑΗ κατά τμήμα ΗΔ=ΑΗ και τη διάμεσό του ΑΜ κατά τμήμα ΜΕ=ΑΜ.

Να αποδείξετε ότι:

**Προσοχή!**

Πρέπει  $AB < AG$  και  $\hat{B} \neq 90$

α)  $AB=BD=GE$

(Μονάδες 8)

β)  $\hat{\Gamma B \Delta} = \hat{B \Gamma E}$

(Μονάδες 8)

γ) Αν οι ΒΔ και ΓΕ δεν είναι παράλληλες, τότε το τετράπλευρο ΒΓΕΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

(Μονάδες 9)

### ΛΥΣΗ

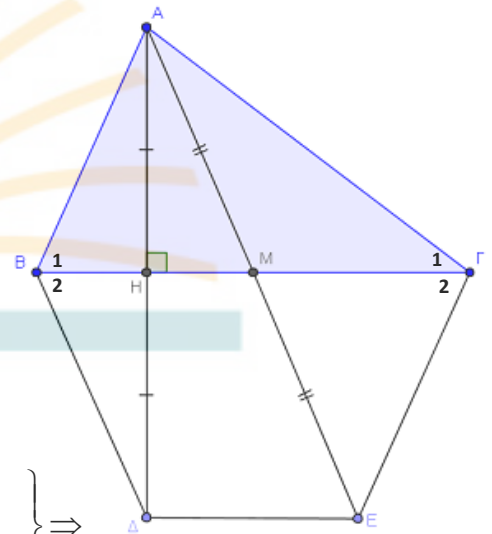
α) Στο  $\triangle AB\Delta$  η ΒΗ είναι ύψος και διάμεσος,

άρα το  $\triangle AB\Delta$  είναι ισοσκελές και  $AB = B\Delta$  (1)

Το τετράπλευρο ΑΒΕΓ είναι παραλληλόγραμμο, αφού οι διαγώνιοί του διχοτομούνται στο Μ,

$//$   
άρα  $AB = GE$  (2)

Από (1) και (2) έχουμε ότι  $AB = B\Delta = GE$ .



β)  $\hat{\Gamma}_2 = \hat{B}_1$  (εντός εκτός κι επί τ' αυτά)

$\hat{B}_1 = \hat{B}_2$  (η ΒΗ είναι και διχοτόμος στο ισοσκελές  $\triangle AB\Delta$ )

$\hat{B}_2 = \hat{\Gamma}_2$  ή  $\hat{\Gamma B \Delta} = \hat{B \Gamma E}$ .

γ) Στο  $\triangle A\Delta E$  τα Η, Μ είναι τα μέσα των ΑΔ και ΑΕ αντίστοιχα,

άρα  $HM // \Delta E$  και αφού  $B\Delta \nparallel GE$ , το τετράπλευρο ΒΓΕΔ είναι τραπέζιο.

Επίσης είναι  $B\Delta = GE$  από α' ερώτημα, επομένως το τετράπλευρο ΒΓΕΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

### ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Αν  $AB = AG$ , τότε  $\triangle AB\Gamma$  ισοσκελές,  $H \equiv M$ ,  $\Delta \equiv E$  και σχηματίζεται ισοσκελές τρίγωνο αντί για ισοσκελές τραπέζιο.
2. Αν  $AB > AG$ , τότε σχηματίζεται το ισοσκελές τραπέζιο ΒΓΔΕ αντί για το ισοσκελές τραπέζιο ΒΓΕΔ.
3. Αν  $\hat{B} = 90^\circ$ , τότε  $H \equiv B$ ,  $B\Gamma = \Delta E$  και σχηματίζεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο αντί για ισοσκελές τραπέζιο.