GI_A_GEO_4_1735

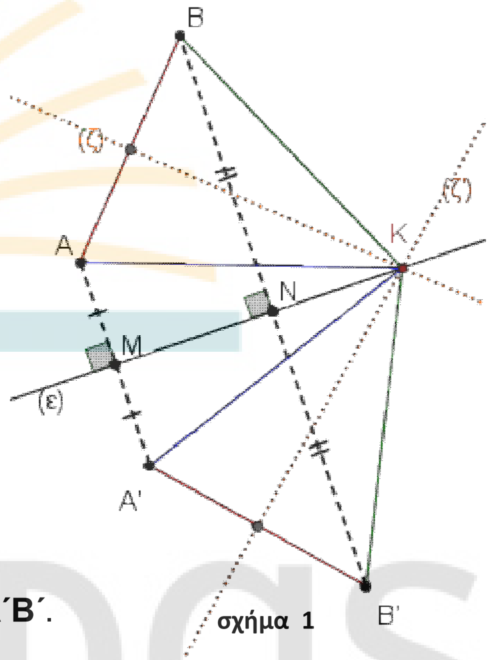
Θεωρούμε ευθεία (ε) και δυο σημεία Α και Β εκτός αυτής, τα οποία βρίσκονται στο ίδιο ημιεπίπεδο σε σχέση με την (ε) έτσι ώστε, η ευθεία ΑΒ να μην είναι κάθετη στην (ε). Έστω Α΄ και Β΄ τα συμμετρικά σημεία των Α και Β αντίστοιχα ως προς την ευθεία (ε).

α) Να αποδείξετε ότι ΑΑ' // ΒΒ'. (Μονάδες 6)

β) Αν η μεσοκάθετος του ΑΒ τέμνει την ευθεία (ε) στο σημείο Κ , να αποδείξετε ότι το Κ ανήκει και στη μεσοκάθετο του Α΄Β΄. (Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε τη σχέση της ευθείας ΑΒ με την ευθεία (ε) ώστε το τετράπλευρο ΑΒΒ΄Α΄ να είναι ορθογώνιο. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 9)

ΛΥΣΗ



σχήμα 1

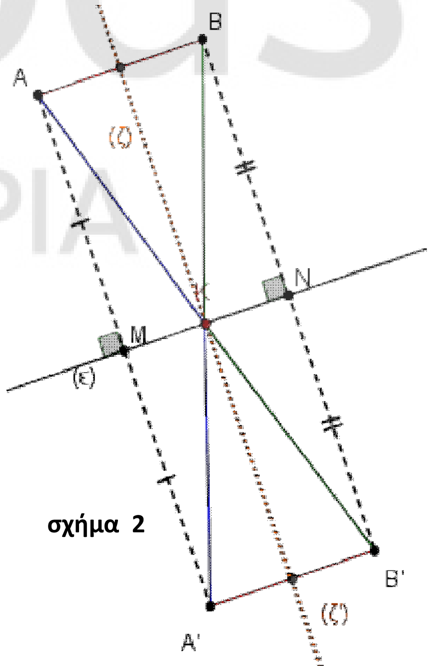
α) ΑΑ΄ ⊥ ε και ΒΒ΄ ⊥ ε, άρα **ΑΑ΄//ΒΒ΄**

β) Τα Α΄, Β΄ και Κ είναι τα συμμετρικά των Α, Β και Κ αντίστοιχα,
άρα ΑΚ = Α΄Κ, ΒΚ = Β΄Κ και ΑΒ = Α΄Β΄.
Το Κ ανήκει στη μεσοκάθετο του ΑΒ,
άρα ΑΚ = ΒΚ.
Επομένως Α΄Κ = Β΄Κ,
δηλαδή το Κ ισαπέχει από τα Α΄, Β΄,
άρα **το Κ είναι σημείο της μεσοκαθέτου του Α΄Β΄**.

γ) Είναι ΑΑ΄//ΒΒ΄, άρα το τετράπλευρο ΑΑ΄Β΄Β είναι τραπέζιο ή παραλληλόγραμμο.

- Αν ΑΒ ∦ ε,
  τότε το ΑΑ΄Β΄Β είναι τραπέζιο (σχήμα 1)
  (και μάλιστα αφού ΑΒ = Α΄Β΄ είναι και ισοσκελές)
- Αν ΑΒ // ε, είναι $AB \overset{//}{=} A'B'$ (σχήμα 2)
  τότε το ΑΑ΄Β΄Β είναι παραλληλόγραμμο
  (και μάλιστα αφού ΑΒ΄ = ΑΒ΄ είναι και ορθογώνιο)

Επομένως θα πρέπει **ΑΒ // ε**.



σχήμα 2

Επιμέλεια : **Μάνος Κοθρής** - Μαθηματικός