GI_A_GEO_4_1742

Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ του παρακάτω σχήματος είναι ρόμβος. Θεωρούμε $AZ \perp \Gamma\Delta$ και $AE \perp \Gamma B$.

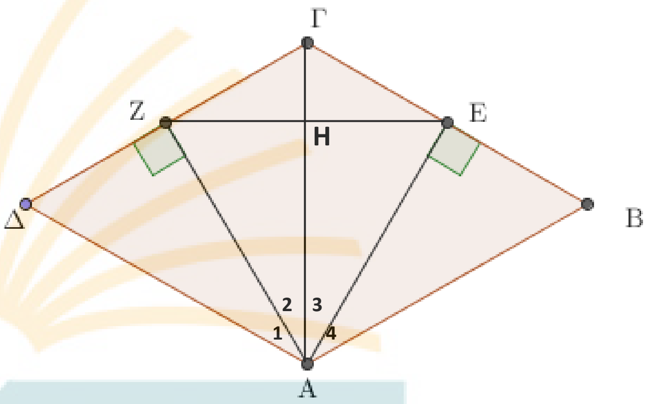
Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΖΑΕ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 6)

β) Η ευθεία ΑΓ είναι μεσοκάθετος του τμήματος ΖΕ. (Μονάδες 9)

γ) Αν Μ και Ν τα μέσα των πλευρών ΑΔ και ΑΒ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι ΜΝ//ΖΕ και ΖΜ=ΕΝ. (Μονάδες 10)

ΛΥΣΗ



α) Συγκρίνω $\overset{\Delta}{ABE}$, $\overset{\Delta}{A\Delta Z}$.

Έχουν :

1) $\hat{E} = \hat{Z} = 90^0$

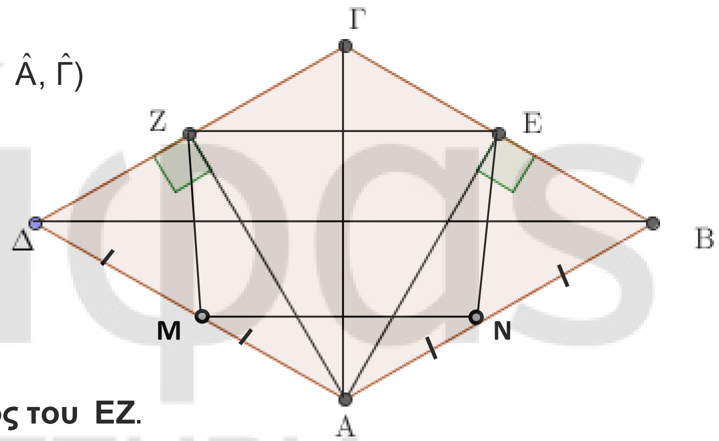
2) ΑΒ = ΑΔ (πλευρές του ρόμβου)

3) $\hat{B} = \hat{\Delta}$ (απέναντι πλευρές ρόμβου)

Επομένως $\overset{\Delta}{ABE} = \overset{\Delta}{A\Delta Z}$,

άρα ΑΕ = ΑΖ,

δηλαδή **το $\overset{\Delta}{ZAE}$ είναι ισοσκελές**.



β) $\hat{A}_{1,2} = \hat{A}_{3,4}$ (Η διαγώνιος ΑΔ διχοτομεί τις $\hat{A}$, $\hat{\Gamma}$)

$\hat{A}_1 = \hat{A}_4$ ($\overset{\Delta}{ABE} = \overset{\Delta}{A\Delta Z}$)

άρα $\hat{A}_2 = \hat{A}_3$.

Στο ισοσκελές $\overset{\Delta}{ZAE}$

η ΑΗ είναι διχοτόμος,

άρα και διάμεσος και ύψος

επομένως **η ευθεία ΑΓ είναι μεσοκάθετος του ΕΖ**.

γ) Είναι $A\Gamma \perp ZE$ και $A\Gamma \perp B\Delta$, άρα ΖΕ // ΒΔ (1)

Στο $\overset{\Delta}{AB\Delta}$ τα Μ, Ν είναι τα μέσα των ΑΒ, ΑΔ αντίστοιχα, άρα ΜΝ // ΒΔ (2)

Από (1) και (2) έχουμε ότι **ΜΝ // ΖΕ**

Στα ίσα ορθογώνια $\overset{\Delta}{ABE}$, $\overset{\Delta}{A\Delta Z}$, οι ΕΜ, ΖΝ είναι διάμεσοι προς τις υποτείνουσες,

άρα **ΕΜ = ΖΝ** = $\frac{AB}{2} = \frac{A\Delta}{2}$.

Επιμέλεια : **Μάνος Κοθρής** - Μαθηματικός