GI_A_GEO_4_1758

Δίνεται κύκλος (Ο, R) με διάμετρο ΑΒ και ευθείες ε_1, ε_2 εφαπτόμενες του κύκλου στα άκρα της διαμέτρου ΑΒ. Θεωρούμε ευθεία ε εφαπτομένη του κύκλου σε σημείο του Ε, η οποία τέμνει τις ε_1 και ε_2 στα Δ και Γ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι ΓΔ = ΑΔ + ΒΓ

(Μονάδες 9)

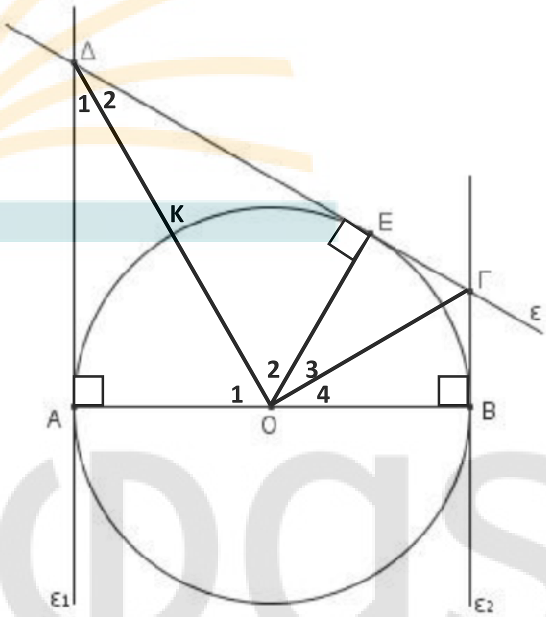
β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΓΟΔ είναι ορθογώνιο.

(Μονάδες 9)

γ) Να διερευνήσετε το είδος του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ ανάλογα με τη θέση του σημείου Ε στο ημικύκλιο ΑΒ.

(Μονάδες 7)

ΛΥΣΗ



α) $\left.\begin{array}{l} \Delta E = A\Delta \text{ (εφαπτόμενα τμήματα)} \\ E\Gamma = B\Gamma \text{ (εφαπτόμενα τμήματα)} \end{array}\right\} \overset{(+)}{\Rightarrow}$

$\Delta E + E\Gamma = A\Delta + B\Gamma \Leftrightarrow$ **ΓΔ = ΑΔ + ΒΓ**

β) Η ΟΔ διχοτομεί την $A\hat{O}E$, άρα $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$

Η ΟΓ διχοτομεί την $B\hat{O}E$, άρα $\hat{O}_3 = \hat{O}_4$

$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 + \hat{O}_3 + \hat{O}_4 = 180^0 \Leftrightarrow$

$2\hat{O}_2 + 2\hat{O}_3 = 180^0 \Leftrightarrow$

$\hat{O}_2 + \hat{O}_3 = 90^0 \Leftrightarrow$

$\Gamma\hat{O}\Delta = 90^0$,

άρα **το $\overset{\triangle}{\Gamma O \Delta}$ είναι ορθογώνιο.**

γ)
- Αν Ε δεν είναι μέσο του $\overset{\frown}{AB}$, τότε

$\left.\begin{array}{l} A\Delta \perp AB \text{ και } B\Gamma \perp AB \text{, άρα } A\Delta // B\Gamma \\ \Gamma\Delta \not\parallel AB \end{array}\right\} \Rightarrow$ **το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι τραπέζιο.**

- Αν Ε είναι μέσο του $\overset{\frown}{AB}$, τότε

$\left.\begin{array}{l} A\Delta \perp AB \text{ και } B\Gamma \perp AB \text{, άρα } A\Delta // B\Gamma \\ \Gamma\Delta // AB \end{array}\right\} \Rightarrow$ **το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο.**

Επιμέλεια : **Μάνος Κοθρής** - Μαθηματικός