GI_A_GEO_4_1764

Δίνεται ορθογώνιο $ΑΒΓΔ$ με κέντρο $Ο$ και $ΑΓ = 2ΒΓ$. Στην προέκταση της πλευράς $ΔΑ$ προς το $Α$ παίρνουμε σημείο $Ε$ ώστε $ΔΑ = ΑΕ$.
Να αποδείξετε ότι:
α) Το τετράπλευρο $ΑΕΒΓ$ είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 8)

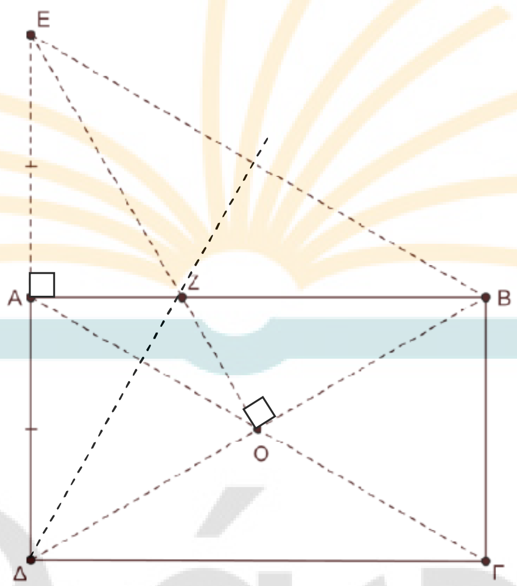
β) Το τρίγωνο $ΕΒΔ$ είναι ισόπλευρο.

(Μονάδες 9)

γ) Αν η $ΕΟ$ τέμνει την πλευρά $ΑΒ$ στο σημείο $Ζ$, να αποδείξετε ότι $ΔΖ \perp ΕΒ$.

(Μονάδες 8)

ΛΥΣΗ



α) Είναι $ΒΓ \overset{//}{=} ΑΔ$, άρα $ΒΓ \overset{//}{=} ΑΕ$,
επομένως **το τετράπλευρο ΑΕΒΓ είναι παραλληλόγραμμο**.

β) $$\left.\begin{array}{l} ΕΒ = ΑΓ \ \text{(ΑΕΒΓ παραλληλόγραμμο)} \\ ΔΒ = ΑΓ \ \text{(διαγώνιοι ορθογωνίου ΑΒΓΔ)} \\ ΔΕ = 2\cdot ΑΔ = 2\cdot ΒΓ = ΑΓ \end{array}\right\} \Rightarrow ΕΒ = ΔΒ = ΔΕ$$

Επομένως **το $\overset{\Delta}{ΕΒΔ}$ είναι ισόπλευρο**.

γ) Στο ισόπλευρο $\overset{\Delta}{ΕΒΔ}$ ισχύουν :

- η $ΕΟ$ είναι διάμεσος, άρα και ύψος.
- τα $ΒΑ$ και $ΕΟ$ είναι ύψη, άρα το $Ζ$ είναι το ορθόκεντρό του.

Άρα η ευθεία $ΔΖ$ είναι ο φορέας του τρίτου ύψους του.
Επομένως **$ΔΖ \perp ΕΒ$**.

Επιμέλεια : **Μάνος Κοθρής** - Μαθηματικός