

# ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΙΣΙΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 1968

## Θέματα Άλγεβρας

### ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ

Παρασκευή 13 Σεπτεμβρίου 1968

#### Ζήτημα 1<sup>ο</sup> (Θεωρία)

Δώσατε τον ορισμόν της απολύτου τιμής πραγματικού αριθμού. Αποδείξατε τας βασικές ιδιότητες  $||\alpha| - \beta| \leq |\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$ . Δοθέντων των  $\alpha, \beta, |\beta - \alpha|$  πως δυνάμεθα να εκφράσωμεν συναρτήσει αυτών τον μέγιστον και τον ελάχιστον των  $\alpha$  και  $\beta$ ;

#### Ζήτημα 2<sup>ο</sup>

Να επιλυθή το σύστημα :

$$\begin{cases} \left(x - 3\psi + \frac{1}{\omega}\right) \cdot (x + \omega) = 6 \\ \left(x + \frac{1}{\omega}\right) \cdot \frac{1}{\psi} = 9 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{\psi} + \frac{1}{\omega} = \frac{9}{2} \end{cases}$$

#### Ζήτημα 3<sup>ο</sup>

Δίδεται το πολυώνυμον  $x^2 - 2\alpha x + \beta$ , ένθα  $\alpha, \beta$  πραγματικοί ( $\beta \neq 0$ ) και ρίζας πραγματικές  $|\rho_1| \neq |\rho_2|$ . Εάν  $M$  ο μέγιστος των αριθμών  $\left|\frac{\rho_1}{\rho_2}\right|, \left|\frac{\rho_2}{\rho_1}\right|$  και  $E$  ο ελάχιστος αυτών, ν' αποδειχθούν αι σχέσεις

$$\lambda - 1 < M < \lambda \quad \text{και} \quad \frac{1}{\lambda} < E < \frac{1}{\lambda - 1} \quad \text{ένθα} \quad \lambda = 2 \cdot \left| \frac{2\alpha^2 - \beta}{\beta} \right|.$$

Επίσης να δειχθή ότι  $\lambda > 2$ .