ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΔΕΥΤΕΡΑ 25 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2023

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 65

$$f_1 + f_2 + \dots + f_\kappa = \frac{v_1}{v} + \frac{v_2}{v} + \dots + \frac{v_\kappa}{v} = \frac{v_1 + v_2 + \dots + v_\kappa}{v} = \frac{v}{v} = 1$$

Α2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 14

Μια συνάρτηση f παρουσιάζει ***τοπικό μέγιστο σ' ένα σημείο*** x_1 του πεδίου ορισμού της Α, όταν για κάθε x σε μια περιοχή του x_1, ισχύει $f(x) \leq f(x_1)$.

Α3. **α.** Λάθος,
β. Σωστό,
γ. Λάθος

Α4. α. $\left(\dfrac{1}{x^2}\right)' = \dfrac{-2}{x^3}$

β. $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

γ. $\lim\limits_{x \to x_0} (f(x))^v = \ell_1^{\,v}$, όπου $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \ell_1$,

ℓ_1 πραγματικός αριθμός, v ακέραιος

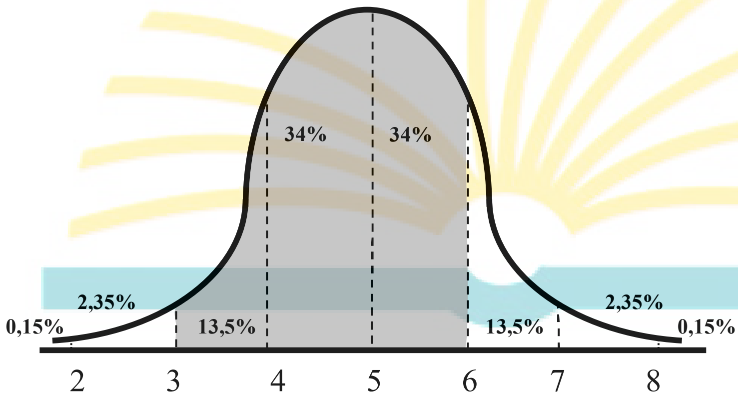
Κελάφας ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΑΙΣΧΥΛΟΥ 16 - ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ - ΤΗΛ. 210 5710710

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-1}{2(\sqrt{x}-1)} = \lim\limits_{x\to1}\dfrac{(x-1)\cdot(\sqrt{x}+1)}{2(\sqrt{x}-1)\cdot(\sqrt{x}+1)} = \lim\limits_{x\to1}\dfrac{\cancel{(x-1)}\cdot(\sqrt{x}+1)}{2\cdot\cancel{(x-1)}}$

$= \lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x}+1}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$, άρα $\mathbf{s=1}$

Β2.



$13{,}5\% + 34\% + 34\% = 81{,}5\%$, άρα

το 81,5% του δείγματος έχει χρόνο αναμονής 3 ως 6 λεπτά.

Β3. $\delta = \bar{x}$, άρα $\mathbf{\delta = 5}$

$CV = \dfrac{s}{\bar{x}}\cdot 100\% = \dfrac{1}{5}\cdot 100\%$, άρα $\mathbf{CV = 20\%}$

$R \cong 6s$, άρα $\mathbf{R \cong 6}$

Β4. Στο διάστημα από 3 ως 7 λεπτά βρίσκεται το 95% των παρατηρήσεων.

Το 95% των παρατηρήσεων αντιστοιχεί σε 380 άτομα
Το 100% των παρατηρήσεων αντιστοιχεί σε ν άτομα

$\dfrac{95}{100} = \dfrac{380}{\nu} \Leftrightarrow 95\nu = 38000 \Leftrightarrow$ **ν = 400 άτομα**

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι $\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_4 = \nu \Leftrightarrow 7 + 2\alpha + 4 + 10 + 3\alpha - 6 = 50 \Leftrightarrow$

$5\alpha + 15 = 50 \Leftrightarrow 5\alpha = 50 - 15 \Leftrightarrow 5\alpha = 35 \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha = 7}$

Γ2. Για $\alpha = 7$:

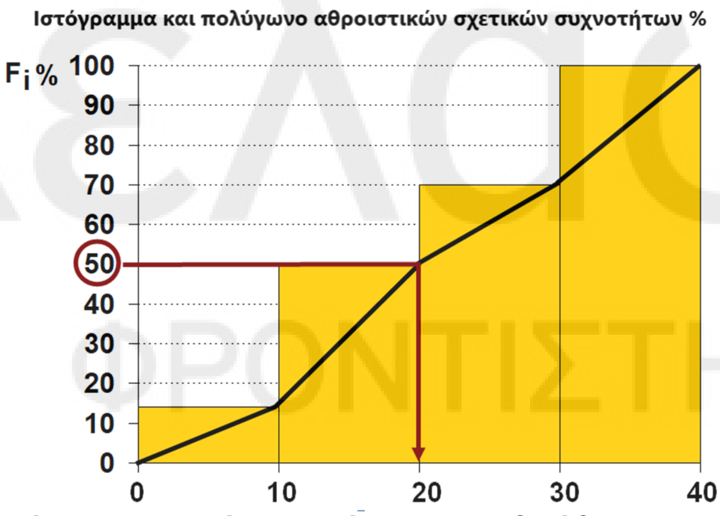
Κλάσεις	x_i	ν_i	$f_i\%$	$F_i\%$
[0 , 10)	5	7	14	14
[10 , 20)	15	18	36	50
[20 , 30)	25	10	20	70
[30 , 40)	35	15	30	100
ΣΥΝΟΛΑ		50	100	

Γ3. Συμπληρώνουμε τη στήλη $x_i \cdot \nu_i$.

Κλάσεις	x_i	ν_i	$f_i\%$	$F_i\%$	$x_i \cdot \nu_i$
[0 , 10)	5	7	14	14	35
[10 , 20)	15	18	36	50	270
[20 , 30)	25	10	20	70	250
[30 , 40)	35	15	30	100	525
ΣΥΝΟΛΑ		50	100		1080

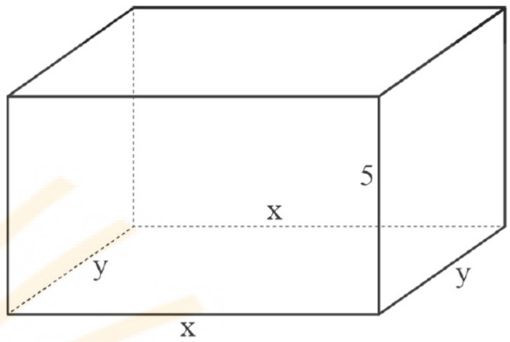
$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot \nu_i}{\nu} = \frac{1080}{50} \Leftrightarrow \boldsymbol{\bar{x} = 21,6}$$

Γ4. α.



β. Από το παραπάνω σχήμα με τη βοήθεια του πολυγώνου αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων % βρίσκουμε ότι $\boldsymbol{\delta = 20}$.

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Περίμετρος βάσης = 40 $\Leftrightarrow$ $2x + 2y = 40$ $\Leftrightarrow$
$x + y = 20$ $\Leftrightarrow$ $\mathbf{y = 20 - x}$

Δ2. Όγκος = μήκος • πλάτος • ύψος $\Rightarrow$
$V(x) = x \cdot (20 - x) \cdot 5 = 5x \cdot (20 - x)$, άρα
$\mathbf{V(x) = 100x - 5x^2}$

Πρέπει $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 20 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 20 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 20$

Επομένως **το πεδίο ορισμού της συνάρτησης V είναι το (0 , 20)**.

Δ3. α. $V'(x) = (100x - 5x^2)' = 100 - 10x,\ x \in (0\ ,\ 20)$
$V'(x) = 0 \Leftrightarrow 100 - 10x = 0 \Leftrightarrow -10x = -100 \Leftrightarrow x = 10$
$V'(x) > 0 \Leftrightarrow 100 - 10x > 0 \Leftrightarrow -10x > -100 \Leftrightarrow x < 10$

x	0	10	20
V΄(x)	+	0	-
V (x)	↗		↘

Ο όγκος V(x) γίνεται μέγιστος για x = 10m.

β. $V_{max} = V(10) = 100 \cdot 10 - 5 \cdot 10^2 = 1000 - 500 = 500$
άρα **ο μέγιστος όγκος είναι $\mathbf{500m^3}$**.

Δ4. Είναι $10 < x_A < x_B < 20$ και η συνάρτηση V
είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα (10 , 20),
άρα $V(x_A) > V(x_B)$, δηλαδή
η δεξαμενή Α έχει μεγαλύτερο όγκο από τη Β.