ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΥ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΟΥ 1966

Θέματα Γεωμετρίας

ΤΥΠΟΣ Β΄

Τετάρτη 7 Σεπτεμβρίου 1966

Ζήτημα 1ον (Θεωρία)

Δώσατε τον ορισμόν της εννοίας του γεωμετρικού τόπου και αναφέρατε μερικά παραδείγματα.

Ζήτημα 2ον

Δίνονται τρία σημεία Α, Β, Γ μη κείμενα επί της αυτής ευθείας. Θεωρούμεν το τρίγωνον ΑΒΓ και τας εσωτερικάς γωνίας αυτού $\hat{A}, \hat{B}, \hat{\Gamma}$. Δια των κορυφών αυτού Α, Β, Γ φέρομεν μέχρι των απέναντι πλευρών του τριγώνου τας ευθείας ΑΑ΄, ΒΒ΄, ΓΓ΄ ούτως, ώστε να είναι: $B\hat{A}A' = \dfrac{\hat{A}}{4}$, $A\hat{\Gamma}\Gamma' = \dfrac{5\hat{\Gamma}}{11}$, $\Gamma\hat{B}B' = \dfrac{3\hat{B}}{7}$. Να δειχθεί ότι αι τρεις αύται ευθείαι δεν δύνανται να διέρχωνται δια του αυτού σημείου.

Ζήτημα 3ον

Θεωρούμεν ακολουθίαν κανονικών πενταγώνων $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \ldots$ και ακολουθίαν κύκλων $K_1, K_2, K_3, \ldots$ οριζομένας ως εξής :
Το Π_1 είναι αυθαιρέτως ληφθέν κανονικόν πεντάγωνον και δια τυχόντα φυσικόν $\nu \geq 1$, ο κύκλος K_ν είναι εγγεγραμμένος εις το Π_ν, ενώ το $\Pi_{\nu+1}$ έχει κορυφάς τα σημεία επαφής του K_ν και Π_ν.

α) Να ευρεθή σημείον το οποίον να περιέχεται εις όλα τα Π_ν.

β) Να αποδειχθή ότι δεν υπάρχουν περισσότερα του ενός σημεία περιεχόμενα εις όλα τα Π_ν.