

ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΙΣΙΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 1967

Θέματα Τριγωνομετρίας

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ – ΦΥΣΙΚΟΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ – ΓΕΩΠΟΝΟΔΑΣΟΛΟΓΙΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ

Τετάρτη 13 Σεπτεμβρίου 1967

Ζήτημα 1^{ον} (Θεωρία)

Αποδείξτε τους τύπους οι οποίοι εκφράζουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των ημίσεων των γωνιών ενός τριγώνου συναρτήσει των πλευρών του.

Ζήτημα 2^{ον}

Εις δοθέν τρίγωνον $AB\Gamma$ εγγράφομεν περιφέρεια ακτίνας ρ καθώς και τρεις περιφέρειες με ακτίνας $\rho_A, \rho_B, \rho_\Gamma$ αίτινες εφάπτονται της εγγεγραμμένης περιφέρειας και δύο πλευρών του τριγώνου εκάστη (ρ_A είναι η ακτίς της περιφέρειας η οποία εφάπτεται των πλευρών AB και $A\Gamma$, ρ_B είναι η ακτίς της περιφέρειας η οποία εφάπτεται των πλευρών AB και $B\Gamma$ και ρ_Γ είναι η ακτίς της περιφέρειας η οποία εφάπτεται των πλευρών $A\Gamma$ και $B\Gamma$). Να δειχθούν αι ισότητες :

$$\frac{\rho_A}{\rho} = \varepsilon\varphi^2 \frac{\pi - A}{4}, \quad \frac{\rho_B}{\rho} = \varepsilon\varphi^2 \frac{\pi - B}{4} \quad \text{και} \quad \frac{\rho_\Gamma}{\rho} = \varepsilon\varphi^2 \frac{\pi - \Gamma}{4}.$$

Ζήτημα 3^{ον}

Δίδεται τρίγωνον $AB\Gamma$ και ο περιγεγραμμένος κύκλος ακτίνας R . Εάν H είναι το ορθόκεντρον του τριγώνου να δειχθή ότι :

$$\frac{(BH) \cdot (\Gamma H)}{R^2} \leq 4 \cdot \eta\mu^2 \frac{A}{2} \quad \text{και να εξεταστεί πότε ισχύει το ίσον.}$$