ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΥ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΟΥ 1965

Θέματα Άλγεβρας (επαναληπτικές)

ΤΥΠΟΣ Β΄

Κυριακή 26 Σεπτεμβρίου 1965 (απόγευμα)

Ζήτημα 1ον (Θεωρία)
Τί ονομάζομεν γεωμετρικήν πρόοδον;
Με τον ορισμόν, τον οποίο δίδετε, είναι δυνατόν εις μίαν γεωμετρικήν πρόοδον με όρους περισσοτέρους των τριών οι όροι τάξεως $3\nu + 1$, $3\nu + 2$, $3\nu + 3$ να είναι ίσοι με τους πρώτον, δεύτερον και τρίτον όρους της διά κάθε φυσικόν ν;*
Δικαιολογήσατε την απάντησίν σας.
* *Δόθηκε προφορική διευκρίνηση ότι είναι δεκτές και οι μιγαδικές λύσεις.*

Ζήτημα 2ον
Δίνονται οι μιγαδικοί αριθμοί α, x, y, z, όπου οι x, y, z είναι διάφοροι μεταξύ τους ανά δύο. Αν ισχύουν οι σχέσεις :
$x^3 + y^3 + \alpha\cdot(x^2 + y^2) = y^3 + z^3 + \alpha\cdot(y^2 + z^2) = z^3 + x^3 + \alpha\cdot(z^2 + x^2)$,
να δειχθή ότι $x^3 + y^3 + \alpha(x^2 + y^2) = 2xyz$.

Ζήτημα 3ον
α) Να δειχθή ότι διά κάθε πραγματική τιμήν του x ισχύει η σχέσις:

$$\varphi(x) \equiv |x - 2| + |2x - 1| \geq \frac{3}{2}.$$

Διά ποίας τιμάς του x ισχύει η ισότης;
β) Να δειχθή ότι, εάν $x_1 \geq 2$ και $x_1 + x_2 = 2$ θα είναι $\varphi(x_1) = \varphi(x_2)$.
γ) Να παρασταθή γραφικώς η συνάρτησις $y = \varphi(x)$.