

# ΕΙΣΙΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 1964

## Θέματα Γεωμετρίας

### ΟΜΑΔΑ Γ'

Σάββατο 19 Σεπτεμβρίου 1964 (πρωί)

#### Ζήτημα 1<sup>ο</sup>

Δίδονται περιφέρεια  $O$  και διάμετρος αυτής  $AB$ .

Ευθεία  $(\varepsilon)$  είναι κάθετος προς την  $AB$  εις σημείον αυτής  $I$ .

Φέρομεν από το  $A$  ευθείαν συναντώσαν την περιφέρεια  $(O)$  εις σημείον  $M$  και την ευθείαν  $(\varepsilon)$  εις το  $\Gamma$ .

Μετά ταύτα φέρομεν την  $BM$ , η οποία συναντά την  $(\varepsilon)$  εις το  $\Delta$ .

α) Να δειχθή ότι τα τρίγωνα  $AIG$  και  $\Delta IB$  είναι όμοια και ακολούθως ότι  $(IA)(IB) = (IG)(ID)$ .

β) Εάν η περιγεγραμμένη περιφέρεια εις το τρίγωνον  $AD\Gamma$  τέμνη την  $AB$  εις το  $B'$ , να δειχθή ότι το τρίγωνον  $B'\Gamma B$  είναι ισοσκελές και ακολούθως να ευρεθή ο γεωμετρικός τόπος του κέντρου του περιγεγραμμένου κύκλου εις το τρίγωνον  $AD\Gamma$ .

#### Ζήτημα 2<sup>ο</sup>

Δίδεται ορθογώνιον τρίγωνον  $AB\Gamma$ . Έστωσαν  $M$  το μέσον της υποτεινούσης  $B\Gamma$ ,  $\Delta$  το σημείον αφής του εγγεγραμμένου εις το τρίγωνον κύκλου μετά της  $B\Gamma$  και  $E$  το ίχνος του εκ της κορυφής  $A$  αγομένου ύψους του ανωτέρω τριγώνου.

α) Να δειχθή ότι  $\frac{(ME)}{(M\Delta)} = \frac{\beta + \gamma}{\alpha}$ , ένθα  $(B\Gamma) = \alpha$ ,  $(AB) = \gamma$  και  $(A\Gamma) = \beta$ .

β) Να κατασκευασθή το τρίγωνον  $AB\Gamma$ , όταν γνωρίζωμεν την ευθεία  $(\varepsilon)$  επί της οποίας κείται η  $B\Gamma$ , καθώς και τα σημεία  $M$ ,  $\Delta$  και  $E$ .

### Ζήτημα 3<sup>ον</sup>

Δίδεται περιφέρεια  $(O)$  και οι κάθετοι διάμετροι αυτής  $AA'$  και  $BB'$ .  
Λαμβάνομεν σημείον  $M$  του τόξου  $AB$  και χαράσσομεν την ευθείαν  $AM'$ , η οποία τέμνει την  $OB$  εις το  $\Delta$ .

**α)** Να δειχθή ότι το τετράπλευρον  $AO\Delta M$  είναι εγγράψιμον εις κύκλον.

Να ευρεθή ο γεωμετρικός τόπος του κέντρου  $K$  του περί το τετράπλευρον τούτο περιγεγραμμένου κύκλου.

**β)** Προεκτείνομεν την ευθείαν  $AM$ , και έστω ότι αύτη τέμνει την  $OB$  εις το  $E$ . Φέρομεν την  $A'E$  και έστω  $M'$  το σημείον τομής ταύτης μετά της περιφερείας. Τι δυνάμεθα να συμπεράνωμεν περί των σημείων  $A, \Delta$  και  $M'$ ;

Επίσης να δειχθή ότι το τετράπλευρον  $EM'OA$  είναι εγγράψιμον εις κύκλον. Να ευρεθή ο γεωμετρικός τόπος του κέντρου  $K'$  του ανωτέρω κύκλου.

Υπάρχει ειδική θέσις του  $M$ , διά την οποίαν τα σημεία  $K$  και  $K'$  να συμπίπτουν;

**γ)** Υπολογίσατε τας ακτίνας των κύκλων  $(K)$  και  $(K')$ , όταν  $\widehat{AM} = 60^\circ$ .