

ΕΙΣΙΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 1964

Θέματα Τριγωνομετρίας

ΟΜΑΔΑ Γ'

Δευτέρα 21 Σεπτεμβρίου 1964 (πρωί)

Ζήτημα 1^{ον}

Εάν συμβολίσωμεν με $\Pi_n(x)$ το $\sin(n \text{ τοξ} \sin x)$ να δειχθή ότι :

$$\Pi_{n+1}(x) = 2x \Pi_n(x) - \Pi_{n-1}(x) \text{ διά } n = 1, 2, 3, \dots$$

Εξ αυτού συμπεράνατε ότι το $\Pi_n(x)$ είναι ακέραιον πολυώνυμον του x και δείξατε ότι εν από τα $\Pi_n(x)$ είναι το $32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1$.

Υπολογίσατε ακολούθως τας ρίζας του πολυωνύμου τούτου.

(Δίδεται $-1 \leq x \leq 1$).

Ζήτημα 2^{ον}

Να λυθή και διερευνηθή η εξίσωσις :

$$\eta \mu x \cdot \sigma \nu x - \mu \cdot (\eta \mu x + \sigma \nu x) + 1 = 0.$$

Ζήτημα 3^{ον}

Εάν ισχύουν $\eta \mu \alpha + \eta \mu \beta + \eta \mu \gamma = \sigma \nu \alpha + \sigma \nu \beta + \sigma \nu \gamma = 0$, τότε

ισχύουν και $\eta \mu^2 \alpha + \eta \mu^2 \beta + \eta \mu^2 \gamma = \sigma \nu^2 \alpha + \sigma \nu^2 \beta + \sigma \nu^2 \gamma = \frac{3}{2}$.

Κελλάφας
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ