

ΕΙΣΙΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 1964
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
(ΑΛΓΕΒΡΑ - ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ)

ΟΜΑΔΑ Δ'

Δευτέρα 28 Σεπτεμβρίου 1964 (πρωί)
ΑΛΓΕΒΡΑ

Ζήτημα 1^ο

$$[(\alpha^2 - \beta^2)x - 1]^2 + (2\alpha\beta x - 1)^2 = [(\alpha^2 + \beta^2)x + 1]^2 \Leftrightarrow$$

$$(2\alpha\beta x - 1)^2 = [(\alpha^2 + \beta^2)x + 1]^2 - [(\alpha^2 - \beta^2)x - 1]^2 \Leftrightarrow$$

$$4\alpha^2\beta^2x^2 - 4\alpha\beta x + 1 = [(\alpha^2 + \beta^2)x + 1 - (\alpha^2 - \beta^2)x - 1] \cdot [(\alpha^2 + \beta^2)x + 1 + (\alpha^2 - \beta^2)x - 1] \Leftrightarrow$$

$$4\alpha^2\beta^2x^2 - 4\alpha\beta x + 1 = (2\beta^2x + 2) \cdot 2\alpha^2x \Leftrightarrow$$

$$\cancel{4\alpha^2\beta^2x^2} - 4\alpha\beta x + 1 = \cancel{4\alpha^2\beta^2x^2} + 4\alpha^2x \Leftrightarrow$$

$$4\alpha^2x + 4\alpha\beta x = 1 \Leftrightarrow$$

$$4\alpha \cdot (\alpha + \beta)x = 1$$

- Αν $4\alpha \cdot (\alpha + \beta) \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0$ και $\alpha + \beta \neq 0$, η εξίσωση έχει μοναδική λύση

$$\text{την } x = \frac{1}{4\alpha \cdot (\alpha + \beta)}.$$

- Αν $4\alpha \cdot (\alpha + \beta) = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$ ή $\alpha + \beta = 0$, η εξίσωση είναι αδύνατη.

Ζήτημα 2^ο

Έστω x το ζητούμενο κεφάλαιο.

Τα $\frac{3}{5}$ του κεφαλαίου είναι $\frac{3}{5}x$ και με ετήσιο επιτόκιο 3,5%

$$\text{δίνουν ετήσιο τόκο } T_1 = \frac{\frac{3}{5}x \cdot 3,5 \cdot 1}{100} = \frac{2,1 \cdot x}{100}.$$

Το υπόλοιπο του κεφαλαίου είναι $\frac{2}{5}x$ και με ετήσιο επιτόκιο 5%

$$\text{δίνουν ετήσιο τόκο } T_2 = \frac{\frac{2}{5}x \cdot 5 \cdot 1}{100} = \frac{2 \cdot x}{100}.$$

Αν αφαιρεθούν 20.000δρχ. από το κεφάλαιο αυτό που απομένει με ετήσιο

$$\text{επιτόκιο 4,5% δίνει ετήσιο τόκο } T_3 = \frac{(x - 20.000) \cdot 4,5 \cdot 1}{100} = \frac{4,5 \cdot x - 90.000}{100}.$$

$$\text{Είναι } T_3 = T_1 + T_2 + 540 \Rightarrow \frac{4,5 \cdot x - 900}{100} = \frac{2,1 \cdot x}{100} + \frac{2 \cdot x}{100} + 540 \Rightarrow$$

$$4,5x - 90.000 = 2,1x + 2x + 54.000 \Leftrightarrow 0,4x = 144.000 \Leftrightarrow \boxed{x = 360.000 \text{ δρχ.}}$$

ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ

Ζήτημα 1^ο

1^η λύση

Τα 50 κιλά λάδι και 100 κιλά ζάχαρη αξίζουν 2.200δρχ., άρα

τα 100 κιλά λάδι και 200 κιλά ζάχαρη αξίζουν 4.400δρχ. (1)

Τα 100 κιλά λάδι και 50 κιλά ζάχαρη αξίζουν 2.600δρχ. (2)

(1),(2) \Rightarrow τα 150 κιλά ζάχαρη κοστίζουν $4.400 - 2.600 = 1.800$ δρχ.

άρα το κιλό ζάχαρη κοστίζει $\frac{1.800}{150} = 12$ δρχ.

Τα 50 κιλά ζάχαρη κοστίζουν $50 \cdot 12 = 600$ δρχ. (3)

(2),(3) \Rightarrow τα 100 κιλά λάδι κοστίζουν $2.600 - 600 = 2.000$ δρχ.

άρα το κιλό λάδι κοστίζει $\frac{2.000}{100} = 20$ δρχ.

2^η λύση

Τα 50 κιλά λάδι και 100 κιλά ζάχαρη αξίζουν 2.200δρχ. (4)

τα 100 κιλά λάδι και 50 κιλά ζάχαρη αξίζουν 2.600δρχ. (+)

τα 150 κιλά λάδι και 150 κιλά ζάχαρη αξίζουν 4.800δρχ. \Rightarrow

τα 1 κιλό λάδι και 1 κιλό ζάχαρη αξίζουν $\frac{4.800}{150} = 32$ δρχ. (5) \Rightarrow

τα 50 κιλά λάδι και 50 κιλά ζάχαρη αξίζουν $32 \cdot 50 = 1.600$ δρχ. (6)

(4),(6) \Rightarrow τα 50 κιλά ζάχαρη κοστίζουν $2.200 - 1.600 = 600$ δρχ.

άρα το κιλό ζάχαρη κοστίζει $\frac{600}{50} = 12$ δρχ. (7)

(5),(7) \Rightarrow το κιλό λάδι κοστίζει $32 - 12 = 20$ δρχ.

Λύση με γραμμικό σύστημα 2x2

Έστω x η αξία του κιλού του λαδιού και y η αξία του κιλού της ζάχαρης.

$$\begin{cases} 50x + 100y = 2.200 \\ 100x + 50y = 2.600 \end{cases} \begin{matrix} :50 \\ \Rightarrow \\ :50 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 44 \\ 2x + y = 52 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 44 - 2y \\ 2x + y = 52 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 44 - 2y \\ 2 \cdot (44 - 2y) + y = 52 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 44 - 2y \\ 88 - 4y + y = 52 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 44 - 2y \\ -3y = -36 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 44 - 2y \\ y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 44 - 2 \cdot 12 \\ y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 44 - 24 \\ y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 20\delta\rho\chi. \\ y = 12\delta\rho\chi. \end{cases}$$

Ζήτημα 2°

Οι 60δρχ. αντιστοιχούν στο 12,5% της συνολικής τιμής της αγοράς,

$$\text{άρα η αγορά ήταν } 60 : \frac{12,5}{100} = 60 \cdot \frac{100}{12,5} = 480\text{δρχ.}$$

Κέρδισε 60δρχ., άρα εισέπραξε $480 + 60 = 540\text{δρχ.}$

Το πρώτο μέρος πουλήθηκε με κέρδος 26%, άρα

$$\text{κάθε κιλό πουλήθηκε προς } 4 + 4 \cdot \frac{26}{100} = 4 + 1,04 = 5,04\text{δρχ.}$$

Το υπόλοιπο πουλήθηκε με ζημιά 10%, άρα

$$\text{κάθε κιλό πουλήθηκε προς } 4 - 4 \cdot \frac{10}{100} = 4 - 0,4 = 3,6\text{δρχ.}$$

$$5,04 - 3,6 = 1,44\text{δρχ.}$$

1^η λύση

Αν κάθε κιλό πουλιόταν με κέρδος 26% θα εισέπρατε

$$120 \cdot 5,04 = 604,8\text{δρχ.}, \text{ δηλαδή } 604,8 - 540 = 64,8\text{δρχ. περισσότερες}$$

$$\text{άρα το μέρος το οποίο πουλήθηκε με ζημιά είναι } \frac{64,8}{1,44} = 45 \text{ κιλά.}$$

Το μέρος το οποίο πουλήθηκε με κέρδος είναι $120 - 45 = 75$ κιλά.

2^η λύση

Αν κάθε κιλό πουλιόταν με ζημιά 10% θα εισέπρατε

$$120 \cdot 3,6 = 432\text{δρχ.}, \text{ δηλαδή } 540 - 432 = 108\text{δρχ. λιγότερες}$$

$$\text{άρα το μέρος το οποίο πουλήθηκε με κέρδος είναι } \frac{108}{1,44} = 75 \text{ κιλά.}$$

Το μέρος το οποίο πουλήθηκε με ζημιά είναι $120 - 75 = 45$ κιλά.