

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 4 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2002
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ: ΑΛΓΕΒΡΑ**

ΘΕΜΑ 1ο

A. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-\rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x=\rho$, δηλαδή $u = P(\rho)$.

Μονάδες 9

B. Να γράψετε στο τετράδιό σας τους αριθμούς **1, 2, 3, 4** των παρακάτω προτάσεων και δίπλα σε κάθε αριθμό να σημειώσετε την ένδειξη **Σ**, αν η αντίστοιχη πρόταση είναι σωστή, ή **Λ**, αν η αντίστοιχη πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Ο βαθμός του πολυωνύμου

$$P(x) = a_k x^k + a_{k-1} x^{k-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

με $a_k \neq 0$ είναι $k-1$.

2. Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

3. Στην ταυτότητα της διαίρεσης πολυωνύμων

$$\Delta(x) = \delta(x)\pi(x) + u(x)$$

το υπόλοιπο $u(x)$ έχει βαθμό ίσο με το βαθμό του διαιρέτη $\delta(x)$, (όπου $\Delta(x)$ ο διαιρετέος, $\delta(x)$ ο διαιρέτης με $\delta(x) \neq 0$, $\pi(x)$ το πηλίκο και $u(x)$ το υπόλοιπο της διαίρεσης).

4. Αν ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-\rho$, τότε το ρ είναι ρίζα του $P(x)$.

Μονάδες 16

ΘΕΜΑ 2ο

Οι αριθμοί 2, x και $x - \frac{1}{2}$ είναι ο τέταρτος, ο πέμπτος και ο έκτος όρος, αντίστοιχα, μιας γεωμετρικής προόδου.

α. Να αποδείξετε ότι $x = 1$.

Μονάδες 7

β. Να βρείτε τον λόγο λ της προόδου.

Μονάδες 5

γ. Να αποδείξετε ότι ο πρώτος όρος της προόδου είναι $a_1 = 16$.

Μονάδες 6

δ. Να υπολογίσετε το άθροισμα S_5 των πέντε πρώτων όρων της προόδου.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3ο

α. Να αποδείξετε ότι: $\eta\mu\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$

Μονάδες 8

β. Να αποδείξετε ότι: $\eta\mu\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) + \eta\mu\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) = \sigma\upsilon\nu\alpha$

Μονάδες 8

γ. Να λύσετε την εξίσωση: $\eta\mu\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + \eta\mu\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{1}{2}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνονται τα πολυώνυμα:

$$P(x) = (k-3)x^3 + (k+\lambda)x^2 + (31-\lambda)x + 24$$

$$Q(x) = x^3 + 9x^2 + 26x + 24$$

όπου k, λ είναι πραγματικοί αριθμοί.

- α. Να βρείτε για ποιες τιμές των k, λ τα πολυώνυμα $P(x), Q(x)$ είναι ίσα.

Μονάδες 6

- β. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $Q(x)$ με το πολυώνυμο $x+1$.

Μονάδες 6

- γ. Να αποδείξετε ότι ο αριθμός -2 είναι ρίζα του πολυωνύμου $Q(x)$.

Μονάδες 6

- δ. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $Q(x)=0$ δεν έχει θετική ρίζα.

Μονάδες 7