

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 27 ΜΑΪΟΥ 2002
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΜΑ 1ο

A. Με το \vec{a}^2 συμβολίζουμε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{a}$ και με το $|\vec{a}|$ συμβολίζουμε το μέτρο του διανύσματος \vec{a} .

Να αποδείξετε ότι:

$$\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$$

Μονάδες 10

B. Στις επόμενες προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό τους (**B.1**, **B.2**, **B.3**) και, δίπλα ακριβώς, το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Αν για τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ του καρτεσιανού επιπέδου είναι $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$, τότε ισχύει:

α) $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 2$

β) $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$

γ) $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = -1$

δ) $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) \neq 0$

Μονάδες 5

2. Αν για τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ του καρτεσιανού επιπέδου είναι $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$, τότε ισχύει:

α) $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} \neq 0$

β) $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -1$

γ) $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$

δ) $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 2$

Μονάδες 5

3. Η εξίσωση του κύκλου C με κέντρο την αρχή $O(0,0)$ ενός ορθοκανονικού συστήματος συντεταγμένων Oxy του επιπέδου και ακτίνα ρ είναι:

α) $(x-1)^2 + y^2 = \rho^2$

β) $x^2 + (y-1)^2 = \rho^2$

γ) $x^2 + y^2 = (\rho-1)^2$

δ) $x^2 + y^2 = \rho^2$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (1, 1)$, $\vec{\beta} = (5, 7)$ του καρτεσιανού επιπέδου.

α) Να βρείτε τα διανύσματα $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$ και $\vec{\delta} = 3\vec{\beta} - 2\vec{\alpha}$.

Μονάδες 10

β) Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού λ , για την οποία το διάνυσμα $\vec{x}=(\lambda,-6)$ είναι κάθετο στο διάνυσμα $\vec{\gamma}=\vec{\alpha}+\vec{\beta}$.

Μονάδες 10

γ) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\frac{1}{2}\vec{\gamma}$, όπου $\vec{\gamma}=\vec{\alpha}+\vec{\beta}$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνονται οι κύκλοι C_1 , C_2 με εξισώσεις:

$$C_1: x^2+y^2-4x-2y+1=0$$

$$C_2: (x+2\kappa)^2 + (y-\lambda)^2 =25, \quad \kappa, \lambda \in \mathbf{R}$$

α) Να αποδείξετε ότι ο κύκλος C_1 έχει κέντρο το σημείο $K_1(2,1)$ και ακτίνα $\rho_1=2$.

Μονάδες 10

β) Να βρείτε τις τιμές των κ και λ έτσι ώστε οι κύκλοι C_1 και C_2 να έχουν το ίδιο κέντρο.

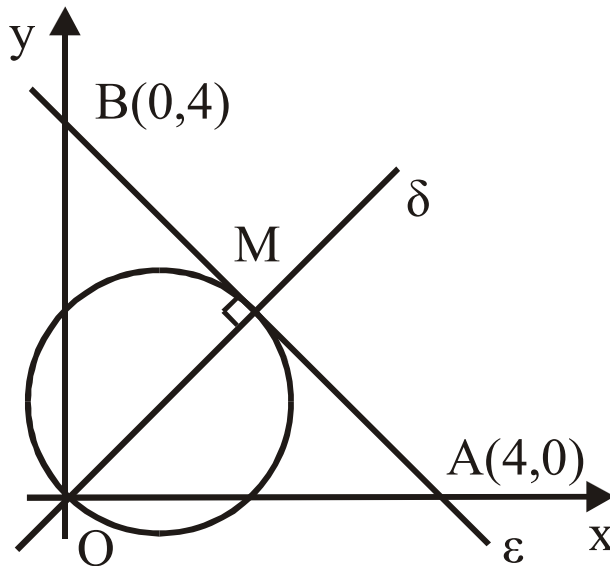
Μονάδες 9

γ) Να εξετάσετε, αν τα σημεία $A(4,1)$, $B(1,1)$ ανήκουν στον κύκλο C_1 .

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4ο

Στο ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων Oxy του παρακάτω σχήματος, δίνονται τα σημεία $A(4,0)$ και $B(0,4)$, η ευθεία ε που διέρχεται από τα σημεία A και B και η ευθεία δ που διέρχεται από την αρχή O των αξόνων και είναι κάθετη προς την ευθεία ε .



α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας ε είναι $x+y=4$.

Μονάδες 5

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας δ .

Μονάδες 5

γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής M των ευθειών δ και ε .

Μονάδες 5

δ) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει διάμετρο το ευθύγραμμο τμήμα OM .

Μονάδες 10