ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 6 ΙΟΥΝΙΟΥ 2002
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. $\vec{\alpha}^2 = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\alpha}| \cdot \sigma\upsilon\nu 0 = |\alpha|^2$

Β. 1 – β, 2 – γ, 3 – δ.

ΘΕΜΑ 2ο

α) $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} + \vec{\beta} = (1\ ,\ 1) + (5\ ,\ 7) \Rightarrow \boldsymbol{\vec{\gamma} = (6\ ,8)}$

$\vec{\delta} = 3\vec{\beta} - 2\vec{\alpha} = 3(5\ ,\ 7) - 2(1\ ,\ 1) = (15\ ,\ 21) + (-2\ ,\ -2) \Rightarrow \boldsymbol{\vec{\delta} = (13\ ,19)}$

β) $\vec{x} \perp \vec{\gamma} \Leftrightarrow \vec{x} \cdot \vec{\gamma} = 0 \Leftrightarrow \lambda \cdot 6 + (-6) \cdot 8 = 0 \Leftrightarrow 6\lambda = 48 \Leftrightarrow \boldsymbol{\lambda = 8}$

γ) $\frac{1}{2}\vec{\gamma} = \frac{1}{2}(6\ ,\ 8) = (3\ ,\ 4)$ και $\left|\frac{1}{2}\vec{\gamma}\right| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} \Rightarrow \boldsymbol{\left|\frac{1}{2}\vec{\gamma}\right| = 5}$

ΘΕΜΑ 3ο

α) $C_1 : x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0 \quad (1)$

$A^2 + B^2 + -4\Gamma = (-4)^2 + (-2)^2 - 4 \cdot 1 = 16 - 4 + 4 = 16 > 0$

άρα η (1) παριστάνει κύκλο με κέντρο $K_1\left(-\frac{A}{2}\ ,\ -\frac{B}{2}\right) \rightarrow K_1(2\ ,\ 1)$

και ακτίνα $\rho_1 = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 + -4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{16}}{2} = \frac{4}{2} = 2$

β) $K_2(-2\kappa\ ,\ \lambda) \equiv K_1(2\ ,\ 1) \Rightarrow \begin{cases} -2\kappa = 2 \\ \lambda = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{\kappa = -1} \\ \boldsymbol{\lambda = 1} \end{cases}$

γ) $(K_1A) = \sqrt{(4-2)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{2^2 + 0^2} = \sqrt{4} = 2 = \rho$, άρα $\boldsymbol{A \in C_1}$

$(K_1B) = \sqrt{(1-2)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{(-1)^2 + 0^2} = \sqrt{1} = 1 \neq \rho$, άρα $\boldsymbol{B \notin C_1}$

ΘΕΜΑ 4ο

α) $\lambda_\varepsilon = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{4-0}{0-4} = \dfrac{4}{-4} = -1$

$(\varepsilon): y - y_A = \lambda_\varepsilon \cdot (x - x_A) \Leftrightarrow$

$(\varepsilon): y - 0 = -1 \cdot (x - 4) \Leftrightarrow$

$(\varepsilon): y = -x + 4 \Leftrightarrow$

$\boldsymbol{(\varepsilon): x + y = 4}$

β) $\delta \perp \varepsilon \Leftrightarrow \lambda_\delta \cdot \lambda_\varepsilon = -1 \Leftrightarrow \lambda_\delta \cdot (-1) = -1 \Leftrightarrow \lambda_\delta = 1$

$(\delta): y - y_O = \lambda_\varepsilon \cdot (x - x_O) \Leftrightarrow$

$(\delta): y - 0 = 1 \cdot (x - 0) \Leftrightarrow$

$\boldsymbol{(\delta): y = x}$

γ) $\left.\begin{matrix} x + y = 4 \\ y = x \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{matrix} x + x = 4 \\ y = x \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{matrix} 2x = 4 \\ y = x \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{matrix} x = 2 \\ y = x \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{matrix} x = 2 \\ y = 2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \mathbf{M\,(2\,,2)}$

δ) Το κέντρο Κ του κύκλου είναι το μέσο του ΟΜ, άρα

$$\left\{\begin{matrix} x_K = \dfrac{x_O + x_M}{2} = \dfrac{0+2}{2} = 1 \\ y_K = \dfrac{y_O + y_M}{2} = \dfrac{0+2}{2} = 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow K\,(1\,,\,1)$$

και $\rho = (OK) = \sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}$

$C: (x - x_K)^2 + (y - y_K)^2 = \rho^2 \Leftrightarrow$

$C: (x-1)^2 + (y-1)^2 = (\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow$

$\boldsymbol{C: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 2}$