

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 5 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2003
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ**

ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΜΑ 1ο

A. Να αποδείξετε ότι:

Οι συντεταγμένες (x, y) του διανύσματος $\vec{AB}$ με $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$, δίνονται από τις σχέσεις:
 $x = x_2 - x_1$ και $y = y_2 - y_1$.

Μονάδες 9

B. Να γράψετε στο τετράδιό σας τους αριθμούς 1, 2, 3, 4 των παρακάτω προτάσεων και δίπλα σε κάθε αριθμό να σημειώσετε την ένδειξη (Σ), αν η αντίστοιχη πρόταση είναι σωστή, ή (Λ), αν η αντίστοιχη πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα του επιπέδου που σχηματίζουν γωνία θ , τότε :

$$\cos \theta = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$$

Μονάδες 4

2. Αν $\vec{\alpha} = (x, y)$, τότε $|\vec{\alpha}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Μονάδες 4

3. Το εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων είναι πάντα ίσο με τη διαφορά των γινομένων των ομώνυμων συντεταγμένων τους.

Μονάδες 4

4. Ο συντελεστής διεύθυνσης λ της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$, με $x_1 \neq x_2$ είναι: $\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται τα σημεία A (5, -3), B (-4, 9) και Γ (-1, 5) .

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{BA}$ και $\vec{B\Gamma}$.

Μονάδες 8

β) Να βρείτε τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{AB}$ και $\vec{A\Gamma}$.

Μονάδες 8

γ) Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B και Γ είναι συνευθειακά.

Μονάδες 9**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται η εξίσωση

$$(x - 1)^2 - (y + 2)^2 = 0 .$$

α) Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση παριστάνει δύο ευθείες με εξισώσεις $\varepsilon_1: x + y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2: x - y - 3 = 0$.

Μονάδες 8

β) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι μεταξύ τους κάθετες.

Μονάδες 8

γ) Να βρεθεί το σημείο τομής των ευθειών ε_1 και ε_2 .

Μονάδες 9**ΘΕΜΑ 4ο**

Έστω C ο κύκλος με κέντρο το σημείο K (2,2) ο οποίος διέρχεται από την αρχή των αξόνων O (0,0). Τα B (0,4) και Γ (2+2 $\sqrt{2}$, 2) είναι δύο σημεία του επιπέδου. Να αποδείξετε ότι:

α) Η εξίσωση του κύκλου C είναι:

$$x^2 + y^2 - 4x - 4y = 0 .$$

Μονάδες 8

β) Τα σημεία B και Γ είναι σημεία του κύκλου C και το τρίγωνο OBΓ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 9

γ) Η ευθεία με εξίσωση $y = x + 4$ εφάπτεται στον κύκλο C στο σημείο B.

Μονάδες 8