

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 12 ΙΟΥΛΙΟΥ 2001
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. α) Γ, β) Β, γ) Δ.

$$\text{Β. α) } \left. \begin{aligned} x_K &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{5 + 13}{2} = 9 \\ y_K &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{7 + 7}{2} = 7 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{Κ (9, 7)}$$

$$\left. \begin{aligned} x_\Lambda &= \frac{x_B + x_\Gamma}{2} = \frac{13 + 9}{2} = 11 \\ y_\Lambda &= \frac{y_B + y_\Gamma}{2} = \frac{7 + 1}{2} = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{Λ (11, 4)}$$

$$\left. \begin{aligned} x_M &= \frac{x_\Gamma + x_\Delta}{2} = \frac{9 + 1}{2} = 5 \\ y_M &= \frac{y_\Gamma + y_\Delta}{2} = \frac{1 + 1}{2} = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{Μ (5, 1)}$$

$$\left. \begin{aligned} x_N &= \frac{x_\Delta + x_A}{2} = \frac{1 + 5}{2} = 3 \\ y_N &= \frac{y_\Delta + y_A}{2} = \frac{1 + 7}{2} = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{Ν (3, 4)}$$

$$\beta) (NK) = \sqrt{(9 - 3)^2 + (7 - 4)^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45}, \text{ άρα } (NK) = 3\sqrt{5}$$

$$\gamma) \overrightarrow{B\Delta} = (x_\Delta - x_B, y_\Delta - y_B) = (1 - 13, 1 - 7) \Rightarrow \overrightarrow{B\Delta} = (-12, -6)$$

ΘΕΜΑ 2°

$$\begin{aligned}\alpha) 2\vec{\alpha} - \vec{\beta} &= \vec{\gamma} \Rightarrow 2 \cdot (\lambda, 2) - (6, 4) = (8, 0) \Leftrightarrow \\ (2\lambda, 4) - (6, 4) &= (8, 0) \Leftrightarrow (2\lambda - 6, 0) = (8, 0) \Rightarrow \\ 2\lambda - 6 &= 8 \Leftrightarrow 2\lambda = 14 \Leftrightarrow \lambda = 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta) \vec{\alpha} \perp \vec{\beta} &\Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0 \Leftrightarrow \lambda \cdot 6 + 2 \cdot 4 = 0 \Leftrightarrow \\ 6\lambda + 8 &= 0 \Leftrightarrow 6\lambda = -8 \Leftrightarrow \lambda = -\frac{4}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\gamma) \vec{\alpha} \parallel \vec{\beta} &\Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} \lambda & 2 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \\ 4\lambda - 12 &= 0 \Leftrightarrow 4\lambda = 12 \Leftrightarrow \lambda = 3\end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 3°

$$\alpha) A^2 + B^2 - 4\Gamma = (-8)^2 + (-6)^2 - 40 = 64 + 36 = 100$$

$$K \left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2} \right) \rightarrow K(4, 3)$$

$$\rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{100}}{2} = \frac{10}{2} \Rightarrow \rho = 5$$

$$\beta) |\overline{KA}| = \sqrt{(-1 - 4)^2 + (3 - 3)^2} = \sqrt{25 + 0} = \sqrt{25} = 5 = \rho,$$

άρα το σημείο **A** είναι σημείο του κύκλου.

$\gamma)$ Έστω $M(x, y)$ σημείο της ζητούμενης εφαπτομένης

$$\overline{AM} = (x_M - x_A, y_M - y_A) = (x + 1, y - 3)$$

$$\overline{AK} = (x_K - x_A, y_K - y_A) = (4 + 1, 3 - 3) = (5, 0)$$

$$\overline{AM} \perp \overline{AK} \Leftrightarrow \overline{AM} \cdot \overline{AK} = 0 \Leftrightarrow 5 \cdot (x + 1) + 0 \cdot (y - 3) = 0 \Leftrightarrow$$

$$5 \cdot (x + 1) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

ΘΕΜΑ 4^ο

$$\alpha) \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \Rightarrow 2y = x + 5 \Rightarrow x = 2y - 5 \quad (1) \\ x^2 + y^2 = 25 \quad (2) \end{cases}$$

$$(2) \xrightarrow{(1)} (2y - 5)^2 + y^2 = 25 \Leftrightarrow 4y^2 - 20y + 25 + y^2 = 25 \Leftrightarrow 5y^2 - 20y = 0 \Leftrightarrow 5y \cdot (y - 4) = 0 \Leftrightarrow y = 0 \text{ ή } y - 4 = 0 \Leftrightarrow y = 0 \text{ ή } y = 4$$

$$\bullet y = 0 \xrightarrow{(1)} x = -5 \rightarrow \mathbf{A(-5, 0)}$$

$$\bullet y = 4 \xrightarrow{(1)} x = 2 \cdot 4 - 5 = 3 \rightarrow \mathbf{B(3, 4)}$$

β) Έστω (η) η ευθεία που διέρχεται από το Γ και είναι παράλληλη στην (ε)

$$\eta // \varepsilon \Rightarrow \lambda_{\eta} = \lambda_{\varepsilon} = \frac{1}{2}$$

$$(\eta) : y - y_{\Gamma} = \lambda_{\eta} \cdot (x - x_{\Gamma}) \Leftrightarrow$$

$$(\eta) : y - 0 = \frac{1}{2} \cdot (x - 5) \Leftrightarrow$$

$$(\eta) : y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$$

$$\gamma) (\varepsilon) : y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \xrightarrow[x=0]{y'y} y = \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{5}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{2} \rightarrow \Delta \left(0, \frac{5}{2} \right)$$

Έστω (ζ) η ευθεία που διέρχεται από το Δ και είναι κάθετη στην (ε)

$$\zeta \perp \varepsilon \Rightarrow \lambda_{\zeta} \cdot \lambda_{\varepsilon} = -1 \Leftrightarrow \lambda_{\zeta} \cdot \frac{1}{2} = -1 \Leftrightarrow \lambda_{\zeta} = -2$$

$$(\zeta) : y - y_{\Delta} = \lambda_{\zeta} \cdot (x - x_{\Delta}) \Leftrightarrow$$

$$(\zeta) : y - \frac{5}{2} = -2 \cdot (x - 0) \Leftrightarrow$$

$$(\zeta) : y = -2x + \frac{5}{2}$$