

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 11 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2001
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A.1. α) $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1)$ ή $y - y_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_2)$

β) $\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

A2. α) Β, β) Γ.

B. α) $\lambda_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5 - 1}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2$

$AB : y - y_A = \lambda_{AB} \cdot (x - x_A) \Rightarrow AB : y - 1 = 2 \cdot (x - 1) \Leftrightarrow$

$AB : y - 1 = 2x - 2 \Leftrightarrow AB : y = 2x - 1$

β) $\lambda_{AB} = \lambda_{\varepsilon_1} = 2$, άρα $AB \parallel \varepsilon_1$

$\lambda_{AB} \cdot \lambda_{\varepsilon_2} = 2 \left(-\frac{1}{2} \right) = -1$, άρα $AB \perp \varepsilon_2$

ΘΕΜΑ 2^ο

α) $C : x^2 + y^2 - 6x + 8y - 24 = 0$ (1)

$A^2 + B^2 - 4\Gamma = (-6)^2 + 8^2 - 4 \cdot (-24) = 36 + 64 + 96 = 196 > 0$

άρα η (1) είναι εξίσωση κύκλου με κέντρο Κ και ακτίνα ρ

$K \left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2} \right) \rightarrow K(3, -4)$ και $\rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{196}}{2} = 7$

β) $(KA) = \sqrt{(10 - 3)^2 + (-4 + 4)^2} = \sqrt{49} = 7 = \rho$, άρα $A \in C$

$(KB) = \sqrt{(3 - 3)^2 + (3 + 4)^2} = \sqrt{49} = 7 = \rho$, άρα $B \in C$

$(K\Gamma) = \sqrt{(1 - 3)^2 + (0 + 4)^2} = \sqrt{20} \neq 7 = \rho$, άρα $\Gamma \notin C$

ΘΕΜΑ 3^ο

$$\alpha) \left. \begin{aligned} \lambda_{AB} &= \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 + 3}{4 - 0} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ \lambda_{BG} &= \frac{y_G - y_B}{x_G - x_B} = \frac{-3 + 6}{0 + 2} = \frac{3}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$AB \parallel BG \Rightarrow A, B, G$ **συνευθειακά**

$$\beta) \left. \begin{aligned} x_M &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{0 + 4}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ y_M &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-3 + 3}{2} = \frac{0}{2} = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mathbf{M(2, 0)}$$

$$\gamma) \left. \begin{aligned} \overrightarrow{OM} &= (x_M - x_O, y_M - y_O) = (2, 0) \\ \overrightarrow{OB} &= (x_B - x_O, y_B - y_O) = (4, 3) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

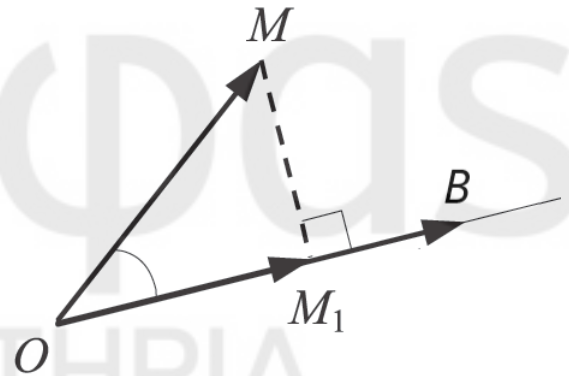
$$\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OB} = 2 \cdot 4 + 0 \cdot 3 \Rightarrow \mathbf{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OB} = 8}$$

$$\delta) |\overrightarrow{OB}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\overrightarrow{OM_1} \parallel \overrightarrow{OB}, \text{ άρα } \overrightarrow{OM_1} = \lambda \cdot \overrightarrow{OB} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{OM_1} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OB} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \lambda \cdot \overrightarrow{OB}^2 = 8 \Leftrightarrow$$

$$\lambda \cdot |\overrightarrow{OB}|^2 = 8 \Leftrightarrow 25\lambda = 8 \Leftrightarrow \lambda = \frac{8}{25}$$



$$(1) \Rightarrow \overrightarrow{OM_1} = \frac{8}{25} \cdot (4, 3) \Rightarrow \mathbf{\overrightarrow{OM_1} = \left(\frac{32}{25}, \frac{24}{25} \right)}$$

ΘΕΜΑ 4^ο

α) $\overrightarrow{OA} = (x_A - x_O, y_A - y_O) = (2, 2)$

$$|\overrightarrow{OA}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\overrightarrow{OB} = (x_B - x_O, y_B - y_O) = (5, 0)$$

$$|\overrightarrow{OB}| = \sqrt{5^2 + 0^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 0 = 10$$

$$\cos(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \frac{\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}}{|\overrightarrow{OA}| \cdot |\overrightarrow{OB}|} = \frac{10}{2\sqrt{2} \cdot 5} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{4}$$

$$\text{άρα } \left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB} \right) = \frac{\pi}{4}$$

β) $\overrightarrow{OG} = (x_G - x_O, y_G - y_O) = (3, -6)$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OD} &= 3\overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OG} \\ &= 3(2, 2) - 2(5, 0) + (3, -6) \\ &= (6, 6) - (10, 0) + (3, -6) \\ &= (-1, 0)\end{aligned}$$

άρα **$\Delta(-1, 0)$**

$$\text{Είναι } (-1)^2 + \frac{0^2}{4} = 1 \Leftrightarrow 1 + 0 = 1 \text{ ισχύει}$$

άρα το **Δ** ανήκει στην έλλειψη **$C: x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$**