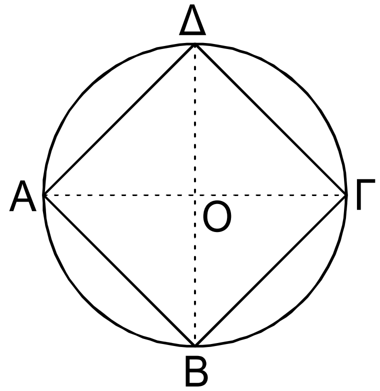
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 11 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2002
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ : ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Στον κύκλο (Ο,R) του παρακάτω σχήματος φέρουμε τις κάθετες διαμέτρους ΑΓ και ΒΔ.



Να αποδείξετε ότι:

α. το εγγεγραμμένο τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο,

Μονάδες 5

β. η πλευρά του τετραγώνου είναι $\lambda_4 = R\sqrt{2}$ και

Μονάδες 5

γ. το απόστημα του τετραγώνου είναι $\alpha_4 = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.

Μονάδες 5

Β. *Για καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της και, ακριβώς δίπλα, την ένδειξη* **Σ**, *αν η πρόταση είναι σωστή, ή* **Λ**, *αν αυτή είναι λανθασμένη.*

1. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ με μήκη πλευρών α, β, γ ισχύει ότι $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$.

2. Το μήκος L του κύκλου (Ο,R) δίνεται από τον τύπο $L = 2\pi R^2$.

3. Το εμβαδόν τριγώνου ΑΒΓ με μήκη πλευρών α, β, γ δίνεται από τον τύπο $E = \frac{1}{2}\beta\gamma\,\eta\mu A$.

4. Το απόστημα α_6 κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R δίνεται από τον τύπο $\alpha_6 = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

5. Το τετράγωνο της διαμέσου μ_α τριγώνου ΑΒΓ με μήκη πλευρών α, β, γ δίνεται από τον τύπο $\mu_\alpha^2 = \frac{2\beta^2 + 2\gamma^2 - \alpha^2}{4}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται κανονικό πολύγωνο με πλήθος πλευρών ν. Η γωνία φ_ν του κανονικού πολυγώνου είναι $\varphi_\nu = 120^\circ$ και η ακτίνα του R = 10.

α. Να αποδείξετε ότι το πλήθος των πλευρών του πολυγώνου αυτού είναι ν=6.

Μονάδες 8

β. Να βρείτε την κεντρική γωνία ω_ν του πολυγώνου.

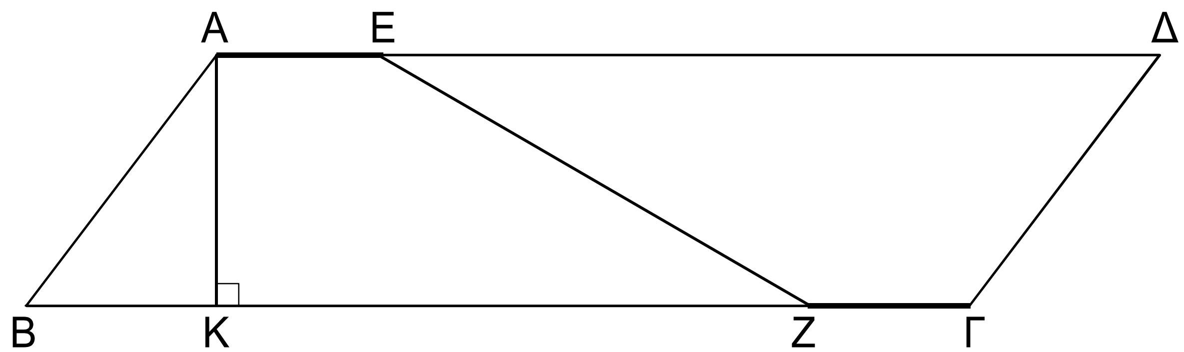
Μονάδες 8

γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν E_ν του πολυγώνου.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3ο

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ, στο οποίο είναι ΑΕ = ΖΓ και ΑΚ το ύψος του.



α. Να αποδείξετε ότι $(ΑΒΖΕ) = \frac{1}{2}(ΑΒΓΔ)$.

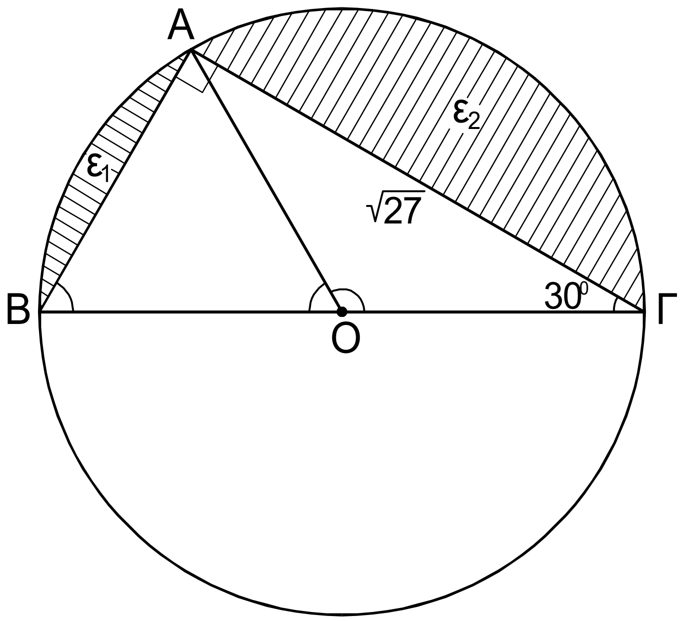
Μονάδες 13

β. Αν ΑΔ=30, ΚΓ=24 και ΑΚ=8, να υπολογίσετε την περίμετρο του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 4ο

Ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ $(\mathrm{A} = 90^\circ)$ με γωνία $\Gamma = 30^\circ$ και πλευρά $\mathrm{A\Gamma} = \sqrt{27}$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (O,R), όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



α. Να αποδείξετε ότι η διάμετρος του κύκλου έχει μήκος 6.

Μονάδες 8

β. Να βρείτε τα εμβαδά των κυκλικών τομέων $\mathrm{O}\overset{\frown}{\mathrm{BA}}$ και $\mathrm{O}\overset{\frown}{\mathrm{A\Gamma}}$.

Μονάδες 8

γ. Αν ε_1 είναι το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος που περιέχεται στην κυρτή γωνία $\widehat{\mathrm{BOA}}$ και ε_2 είναι το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος που περιέχεται στην κυρτή γωνία $\widehat{\mathrm{AO\Gamma}}$, να αποδείξετε ότι η διαφορά $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$ είναι ίση με το εμβαδόν του κυκλικού τομέα $\mathrm{O}\overset{\frown}{\mathrm{BA}}$.

Μονάδες 9