ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 6 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2002
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

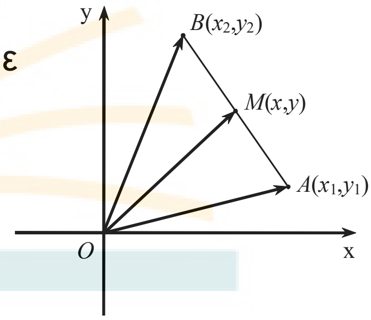
ΘΕΜΑ 1ο

Α. Θεωρούμε δύο σημεία Α (x_1, y_1) και Β (x_2, y_2) του καρτεσιανού επιπέδου και ας υποθέτουμε ότι (x, y) είναι οι συντεταγμένες του μέσου Μ του ΑΒ. Επειδή $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)$ και

$\overrightarrow{OM} = (x, y)$, $\overrightarrow{OA} = (x_1, y_1)$, $\overrightarrow{OB} = (x_2, y_2)$, έχουμε

$$(x, y) = \frac{1}{2}\cdot[(x_1, y_1) + (x_2, y_2)] = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

Επομένως ισχύει $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ και $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$.



Β. 1 – γ, 2 – β, 3 – β.

ΘΕΜΑ 2ο

α. $\varepsilon_1 // \varepsilon \Rightarrow \lambda_{\varepsilon_1} = \lambda_\varepsilon = 3$

$$(\varepsilon_1): y - y_A = \lambda_{\varepsilon_1}\cdot(x - x_A) \Leftrightarrow (\varepsilon_1): y - 2 = 3\cdot(x - 1) \Leftrightarrow$$

$$(\varepsilon_1): y - 2 = 3x - 3 \Leftrightarrow \boldsymbol{(\varepsilon_1): y = 3x - 1}$$

β. $\varepsilon_2 \perp \varepsilon \Leftrightarrow \lambda_{\varepsilon_2}\cdot\lambda_\varepsilon = -1 \Leftrightarrow \lambda_{\varepsilon_1}\cdot 3 = -1 \Leftrightarrow \lambda_{\varepsilon_1} = -\frac{1}{3}$

$$(\varepsilon_2): y - y_A = \lambda_{\varepsilon_2}\cdot(x - x_A) \Leftrightarrow (\varepsilon_2): y - 2 = -\frac{1}{3}\cdot(x - 1) \Leftrightarrow$$

$$(\varepsilon_2): y - 2 = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \Leftrightarrow \boldsymbol{(\varepsilon_2): y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}}$$

γ. $\varepsilon_3 // x'x \Rightarrow \lambda_{\varepsilon_3} = 0$

$$(\varepsilon_3): y - y_A = 0\cdot(x - x_A) \Leftrightarrow (\varepsilon_3): y - 2 = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{(\varepsilon_3): y = 2}$$

δ. $\lambda_{\varepsilon_4} = \lambda_{OA} = \frac{y_A - y_O}{x_A - x_O} = \frac{2 - 0}{1 - 0} = 2$

$$(\varepsilon_4): y - y_O = \lambda_{\varepsilon_4}\cdot(x - x_O) \Leftrightarrow (\varepsilon_4): y - 0 = 2\cdot(x - 0) \Leftrightarrow \boldsymbol{(\varepsilon_4): y = 2x}$$

ΘΕΜΑ 3ο

α. $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A\ ,\ y_B - y_A) = (3 - 2\ ,\ 4 - 9) \Rightarrow \boldsymbol{\overrightarrow{AB} = (1\ ,-5)}$

$\overrightarrow{B\Gamma} = (x_\Gamma - x_B\ ,\ y_\Gamma - y_B) = (5 - 3\ ,\ 7 - 4) \Rightarrow \boldsymbol{\overrightarrow{B\Gamma} = (2\ ,\ 3)}$

$\overrightarrow{A\Gamma} = (x_\Gamma - x_A\ ,\ y_\Gamma - y_A) = (5 - 2\ ,\ 7 - 9) \Rightarrow \boldsymbol{\overrightarrow{A\Gamma} = (3\ ,-2)}$

β. $\vec{x} = \overrightarrow{B\Gamma} - 2\overrightarrow{AB} = (2\ ,\ 3) - 2(1\ ,\ -5) = (2\ ,\ 3) + (-2\ ,\ 10) \Rightarrow \boldsymbol{\vec{x} = (0\ ,\ 13)}$

γ. $\left|\overrightarrow{B\Gamma} - 2\overrightarrow{AB}\right| = |\vec{x}| = \sqrt{0^2 + 13^2} = \sqrt{13^2} \Rightarrow \boldsymbol{\left|\overrightarrow{B\Gamma} - 2\overrightarrow{AB}\right| = 13}$

δ. $\overrightarrow{A\Gamma} \cdot \overrightarrow{B\Gamma} = 2\cdot 3 + 3\cdot(-2) = 6 - 6 = 0$, άρα $\overrightarrow{A\Gamma} \perp \overrightarrow{B\Gamma}$, άρα $A\hat{\Gamma}B = 90^0$

δηλαδή **το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο στο Γ**.

ΘΕΜΑ 4ο

α. $C : (x - x_K)^2 + (y - y_K)^2 = R^2 \Rightarrow C : (x - 3)^2 + (y - 3)^2 = \sqrt{8}^2 \Leftrightarrow$

$\boldsymbol{C : (x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 8}$

β. $(K\Gamma) = \sqrt{(1 - 3)^2 + (5 - 3)^2} = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = \rho$, άρα $\boldsymbol{\Gamma \in C}$

γ. $\left.\begin{cases} y = x\ \ (1) \\ (x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 8 \end{cases}\right\} \Rightarrow (x - 3)^2 + (x - 3)^2 = 8 \Leftrightarrow 2(x - 3)^2 = 8 \Leftrightarrow$

$(x - 3)^2 = 4 \Leftrightarrow (x - 3 = 2 \text{ ή } x - 3 = -2) \Leftrightarrow (x = 5 \text{ ή } x = 1)$

- $x = 5 \overset{(1)}{\Rightarrow} y = 5$, άρα $\boldsymbol{A(5\ ,\ 5)}$
- $x = 1 \overset{(1)}{\Rightarrow} y = 1$, άρα $\boldsymbol{B(1\ ,\ 1)}$

δ. $\overrightarrow{B\Gamma} = (x_\Gamma - x_B\ ,\ y_\Gamma - y_B) = (1 - 1\ ,\ 5 - 1) = (0\ ,\ 4)$

$\overrightarrow{A\Gamma} = (x_\Gamma - x_A\ ,\ y_\Gamma - y_A) = (1 - 5\ ,\ 5 - 5) = (-4\ ,\ 0)$

$\overrightarrow{B\Gamma} \cdot \overrightarrow{A\Gamma} = 0\cdot(-4) + 4\cdot 0 = 0$, άρα $\boldsymbol{\overrightarrow{B\Gamma} \perp \overrightarrow{A\Gamma}}$